

第 11 回

関 数

講師
湯浅 弘一

1 関数

まず、深さが 26cm の水槽をイメージしてください。
水槽の底には、すでに水が 5cm 溜まっています。
蛇口から、さらに水を入れます。
蛇口から出る水の量は一定で、1 分間に 3cm ずつ水位が上がります。
水を入れ始めてからの経過時間を x 分、水位を y cm としたとき、変化する x や y を **変数** といいます。

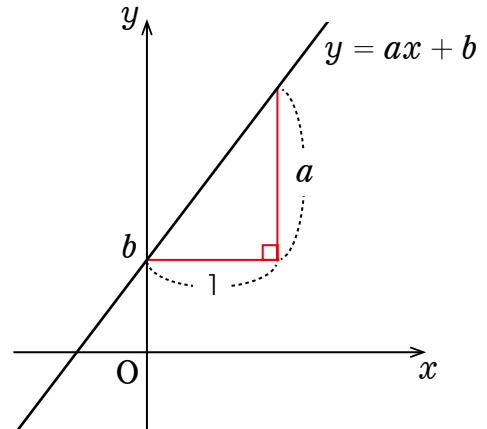
このように、

2 つの変数 x , y において、 x を定めると、その値に対して y の値がただ 1 つに定まるとき、 y は x の関数である

◀ といいます。また、これを $y = f(x)$ と表すこともできます。

2 1 次関数

一般に x の 1 次関数は、
 a , b を定数として $y = ax + b$ ($a \neq 0$)
と書くことができます。
この式は直線を表し、
 a をこの直線の **傾き**, b をこの直線の **y 切片** といいます。



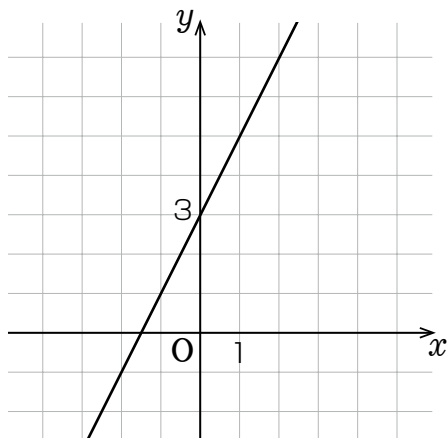
やってみよう!

$y = 2x + 3$ とする。次の問いに答えなさい。

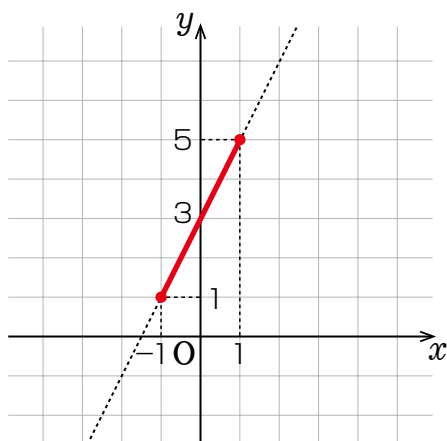
- (1) $x = 0$ のときの y の値を求めなさい
- (2) $x = 1$ のときの y の値を求めなさい
- (3) この関数のグラフを書きなさい
- (4) $-1 \leq x \leq 1$ における最大値と最小値を求めなさい

【解説】

- (1) $y = 2x + 3$ の x に $x = 0$ を代入すると $y = 2 \times 0 + 3 = 3$ と求められます。
- (2) $y = 2x + 3$ の x に $x = 1$ を代入すると $y = 2 \times 1 + 3 = 5$ と求められます。
- (3)



- (4)



左図の赤い太線の部分に注意して

$1 \leq y \leq 5$ とわかるので、

$x = -1$ のとき 最小値は 1

$x = 1$ のとき 最大値は 5

Point

y が x の 1 次式であるとき、
 x の範囲を定義域、 y の範囲を値域といいます。

3 2次関数

x の2次式で表される関数を、 x の2次関数といいます。

x の2次関数 y は a, b, c を定数として、

一般に、 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) と表すことができます。

やってみよう!

次の関数の中で x の1次関数と2次関数をそれぞれすべて選びなさい。

- (1) $y = 2$
- (2) $y = 2x - 1$
- (3) $y = 2x^2 - 1$
- (4) $y = 2x^2 + 3x - 1$
- (5) $x = 2y^2$

【解説】

(1) x の1次関数でも2次関数でもありません。

なぜなら、 x の項や x^2 の項がないからです。この $y = 2$ は定数関数と呼ばれます。

(2) これは x の1次関数です

(3) これは x の2次関数です。

(4) これは x の2次関数です。

(5) これは x の2次関数ではありません。 y の2次関数です。

したがって、 x の1次関数は (2)。 x の2次関数は (3) と (4) です。

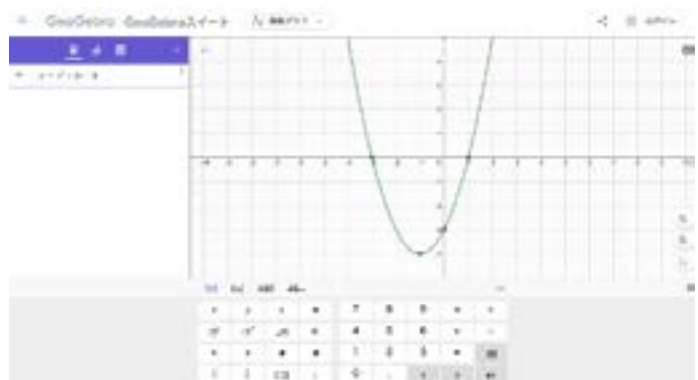
4 コンピューターでグラフをかく

こちらのウェブアプリを使ってみましょう。(ダウンロードやログインの必要はありません)

<https://www.geogebra.org/calculator>

関数の式を打ち込むとグラフが出てきます。

まずは、いろいろな式でグラフをつくっていきましょう!



例題

$y = ax$ において傾き a の値を 1 から 5 まで変化させていくとグラフはどのように変化しますか？
 グラフソフトウェアを使って確かめてみましょう。

【解説】

このグラフは常に原点を通ります。

a の値を 1 から 5 まで変化させていくと、傾きが大きくなっていくのがわかりますね！
 ちなみに・・・

a の値の変化については、一般に次のようになります。

$a > 0$ のときは a の値をだんだん大きくしていくと、傾きは急になる。

$a < 0$ のときは a の値をだんだん小さくしていくと、傾きは急になる。

練習問題 1

$y = ax^2$ において a の値を変化させていくとグラフはどのように変化しますか？
 グラフソフトウェアを使って確かめてみましょう。

【答え】

このグラフは常に原点が頂点になります。

$a > 0$ のとき、グラフは下に凸。 a の値をだんだん大きくしていくとグラフは細くなります。

$a < 0$ のとき、グラフは上に凸。 a の値をだんだん小さくしていくとグラフは細くなります。

やってみよう！

$y = x^2 + bx$ において b の値を変化させていくとグラフはどのように変化しますか？
 グラフソフトウェアを使って確かめてみましょう。

【答え】

$b > 0$ のとき、 b の値をだんだん大きくすると、グラフは左下に移動していきます。

$b < 0$ のとき、 b の値をだんだん小さくすると、グラフは右下に移動していきます。

やってみよう!

$y = x^2 - 2x + c$ において c の値を変化させていくとグラフはどのように変化しますか?
 グラフソフトウェアを使って確かめてみましょう

【答え】

c の値をだんだん大きくするとグラフ $x = 1$ を軸にして上に移動していきます。
 なぜこのような動きになるのかは、学習が進むにつれて分かります！お楽しみに。



おすすめ番組

☆ 「アクティブ10 マスと！」
 一次関数



CLICK!

☆ 「高校講座 ベーシック数学」第 19 回
 文章題から 2 次方程式を作って解くこと
 直線の式



CLICK!