

第 8 回

無理数の近似値

講師
 湯浅 弘一

1 平方根とは

2乗すると a になる数を、 a の平方根といいます。

例えば…

1の平方根は±1 つまり $(\pm 1)^2 = 1$

4の平方根は±2 つまり $(\pm 2)^2 = 4$

9の平方根は±3 つまり $(\pm 3)^2 = 9$

そして、

2の平方根は？ …… $\pm\sqrt{2}$

3の平方根は？ …… $\pm\sqrt{3}$

5の平方根は？ …… $\pm\sqrt{5}$

となります。

少し難しい話…

一般に $a > 0$ として a の平方根は $\pm\sqrt{a}$ です

やってみよう!

次の問いに答えなさい。

- (1) 100の平方根を求めなさい。 (2) 18の平方根を求めなさい。

【解説】

(1) 平方根の定義から 100の平方根は±10

(2) (1) と同様に考えて、18の平方根は $\pm\sqrt{18}$ ですが、 $\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3 \times 3} = 3\sqrt{2}$

したがって

18の平方根は $\pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$ です。

Point 18の平方根を $\pm\sqrt{18}$ で止めないようにしましょう!

2 平方根の表の使い方

平方根の具体的な数値を知るための表が平方根の表です。

下の表の場合は、小数第 5 位を四捨五入した小数第 4 位までが書かれています。

つまり、

$\sqrt{1} = 1.0000$ と書かれていますが、これは「1」です。

$\sqrt{2} = 1.4142$ と書かれているのは、正確には「 $\sqrt{2} = 1.41421\dots$ 」(無限小数)

$\sqrt{3} = 1.7321$ と書かれているのは、正確には「 $\sqrt{3} = 1.73205\dots$ 」(無限小数)

ということになります。

n	\sqrt{n}	n	\sqrt{n}	n	\sqrt{n}
1	1.0000	11	3.3166	21	4.5826
2	1.4142	12	3.4641	22	4.6904
3	1.7321	13	3.6056	23	4.7958
4	2.0000	14	3.7417	24	4.8990
5	2.2361	15	3.8730	25	5.0000
6	2.4495	16	4.0000	26	5.0990
7	2.6458	17	4.1231	27	5.1962
8	2.8284	18	4.2426	28	5.2915
9	3.0000	19	4.3589	29	5.3852
10	3.1623	20	4.4721	30	5.4772

表を見る練習をしてみましょう！

やってみよう！

平方根の表から $\sqrt{7}$ の近似値を求めなさい。

【解説】

平方根の表を見ると

$\sqrt{7} = 2.6458$ です。

Point 正確には $\sqrt{7} = 2.645751\dots$ です。

練習問題 1

面積が2300平方メートルの正方形の畑があります。
 この畑の周りに、いのしし除けのネットを張りたいと思います。
 必要なネットの長さを求めなさい。平方根の表を使って考えてみましょう。

【答え】

$$\sqrt{2300} = \sqrt{23} \times \sqrt{100} = \sqrt{23} \times 10$$

$\sqrt{23}$ は、平方根の表で 4.7958 なので、

$$\sqrt{2300} = 4.7958 \times 10 = 47.958$$

ネットは4辺で必要なので、

$$47.958 \times 4 = 191.832$$

となり、

必要なネットの長さは、およそ 192m になります。

※ $\sqrt{100}$ が10だと思いつかなかったら、2300を素因数分解してみましょう。

$2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 23$ となり、 $\sqrt{2300}$ が $10\sqrt{23}$ だとわかります。

やってみよう!

1辺の長さが1キロメートルの正方形の土地 ABCD があります。
 今まで地点 A から地点 C に行くには A から B を通って C に行くしかありませんでした。
 つまり、合計 2 キロメートル。時速4キロメートルで歩くとすると30分かかること
 になります。今週末、対角線 AC の道が開通します。この対角線 AC を使って地点 A から
 地点 C に行くとおよそ何分の短縮になりますか？必要ならば平方根の表を使いなさい。

【解説】

1辺の長さが1キロメートルの正方形 ABCD の対角線 AC の長さは、平方根の表を用いて

$$1 \times \sqrt{2} = 1 \times 1.4142 = 1.4142 \text{ (km)}$$

時速4キロメートルで歩くと、かかる時間は

$$1.4142 \div 4 = 0.35355 \text{ (時間)}$$

$$1 \text{ 時間は } 60 \text{ 分ですから } 0.35355 \text{ (時間)} = 0.35355 \times 60 = 21.213 \text{ (分)}$$

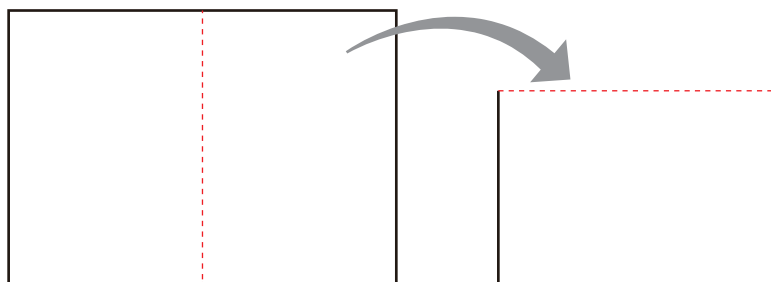
つまり、およそ21分。

30分からおよそ21分になるので、およそ9分の短縮になります。

3 身の回りの長さを調べる

普段みなさんが何気なく使っているノートの縦と横の長さの比を知っていますか？

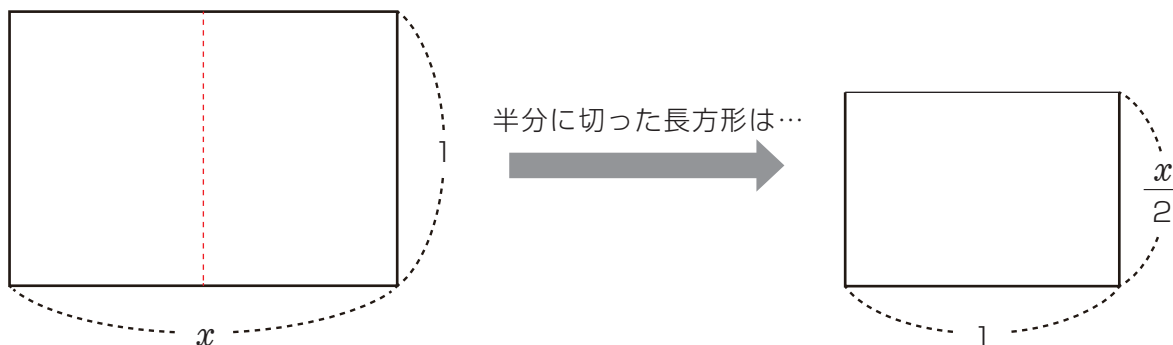
縦の長さ：横の長さ = $1 : \sqrt{2}$ となっています。



これを点線で面積が半分になるように切って90°回転します。

この長方形の縦と横の比を求めてみましょう。

元の長方形の縦の長さを1とし、横の長さを x とします。



2つの長方形は相似なので、縦と横の長さの比について

$$1 : x = \frac{x}{2} : 1$$

この比例式を解くと、内項の積 = 外項の積なので

$$x \times \frac{x}{2} = 1 \times 1$$

この両辺を2倍して、 $x^2 = 2$

x は長さなので $x > 0$ より $x = \sqrt{2}$

つまり、みなさんが使っているノートの縦と横の長さの比は $1 : \sqrt{2}$ と求められます。