数学Ⅰ

第32回　第４章　集合と論証

集合

監修・執筆
湯浅弘一

今回学ぶこと

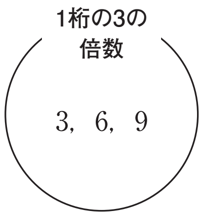
ものの集まりが集合です。この集まりには、明確な条件が必要です。例えば、「▲高校の２年３組の男子」の集合 → これは集合です。しかし、「▲高校…のかっこいい男子」の集合 → これは判断に個人差があるので、数学では集合とはいいません。今回は、条件のはっきりしている集合を扱います。

学習のポイント

① ベン図
② “かつ”と“または”とは
③ 部分集合、全体集合、共通集合、和集合、補集合とは

ポイント1　ベン図

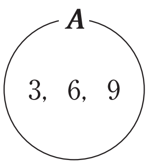
ベン図とは、イギリスの数学者ジョン・ベンによって考え出されたものです。



例えば、1桁の3の倍数を表したのが右のベン図です。

この集合の中の3, 6, 9を要素と言い、{3, 6, 9} と表します。

右図をもう少しシンプルに表し、「1桁の3の倍数」の集合を A とすると下図のようになります。



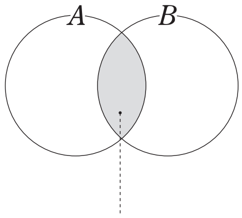
また、その要素を $3 \in A$, $6 \in A$, $9 \in A$ と表します。

∈は集合の中の要素 を表しています。

要素は、Element というので頭文字の E から∈ができています。また、まとめて $3, 6, 9 \in A$ とも書きます。

ポイント2　“かつ”と“または”とは

集合 A と集合 B があるとき、
A と B の共通部分を、**A かつ B**
A と B を合わせた部分を、**A または B** と言います。
これをベン図で表すと、

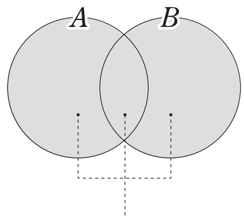


AかつB　（$A \cap B$と表す）

⬇

両方を満たす

イメージ



AまたはB　（$A \cup B$と表す）

⬇

どちらでもよい

イメージ

例えば、

> 1～20 の自然数の中で、3 でわって 2 余る数の集合を A、素数の集合を B とするとき、$A \cap B$ と $A \cup B$ の要素を求めてみると…。

$A = \{2,\ 5,\ 8,\ 11,\ 14,\ 17,\ 20\}$
$B = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$

$A \cap B = \{2,\ 5,\ 11,\ 17\}$
$A \cup B = \{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 8,\ 11,\ 13,\ 14,\ 17,\ 19,\ 20\}$　　となります。

$A \cup B$ は、ラーメン屋さんのトッピング全部のせのイメージです。

ポイント3　部分集合、全体集合、共通集合、和集合、補集合とは

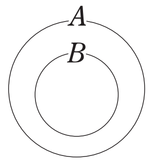
■集合に関する言葉大集合 !!!

一つ一つ覚えていきましょう。

（1）部分集合

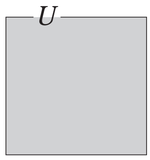
読んで字のごとし、集合の中の集合です。

右図のように、集合 B は集合 A の部分集合になります。

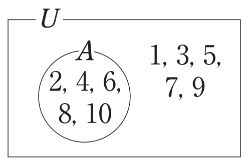


（2）全体集合

あらかじめ想定している全体の集合は、よく U(ユー) を使って表します。

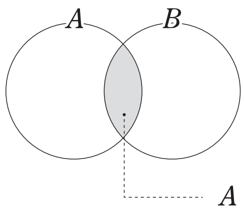


例えば、1 ～ 10 の自然数の中で偶数の集合 A を考えると右図のようになります。



（3）共通集合

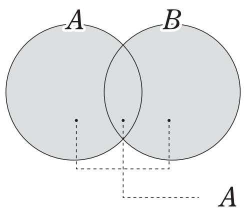
複数の集合の重なった部分、つまり共通部分です。



$A \cap B$ (A かつ B) です。

（4）和集合

(2) の全体集合とは違います。<u>合併集合</u>ともいいます。A と B を合わせた集合です。



$A \cup B$ (A または B) です。

例えば、

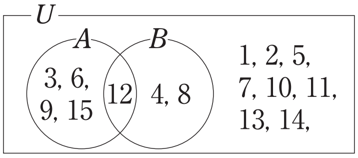
1 ～ 15 の自然数を考えるとき、

A が 3 の倍数、B が 4 の倍数の集合とすると、

$A \cup B = \{3,\ 4,\ 6,\ 8,\ 9,\ 12,\ 15\}$　です。

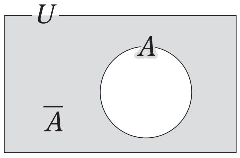
ちなみに、A かつ B は、

$A \cap B = \{12\}$　です。



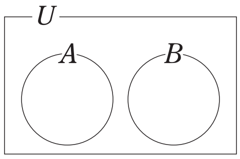
(5) 補集合

全体集合 U の中に U の部分集合 A があるとき、A ではない集合を $\overline{A}$ と表し、A の補集合といいます。

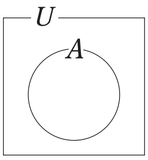


(6) 空集合

全体集合 U に対して、U の部分集合 A と B が共通部分を持たないとき $A \cap B = \phi$ と表します。これは要素がないことを表しています。



ちょっと難しい話！　その①



$A = \{1,\ 2,\ 3\}$ の部分集合を作ると何組？

$\{1,\ 2,\ 3\}$

$\{1,\ 2\}\ \{1,\ 3\}\ \{2,\ 3\}$

$\{1\}\ \{2\}\ \{3\}$

$\{\phi\}$

8 組です。

全部が入っても A の部分集合。

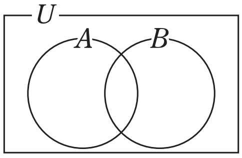
要素が無くても A の部分集合と言います。

$\{1,\ 2,\ 3\}$ 以外の 7 組を特に **真部分集合** と言います。

したがって、部分集合は 8 組、真部分集合は 7 組となります。

ちょっと難しい話！　その②

Q：下のベン図で、$\overline{A} \cap B$ はどこ？



A