

2 次関数のグラフと 2 次不等式 (1)

監修・執筆
 湯浅弘一

今回学ぶこと

不等式をグラフにする？ できるでしょうか？ できるのです。視覚化しながら、1 次不等式から始めます。そして、2 次不等式へ。等号が入るか入らないかに気をつけましょう。

学習のポイント

- ① 不等式とグラフの関係
- ② グラフと因数分解を使って不等式を解く
- ③ グラフと 2 次方程式の解の公式を使って不等式を解く

ポイント1 不等式とグラフの関係

まず、1 次方程式を考えましょう。

$$\begin{array}{ll}
 2x - 4 \geq 0 & \text{を解きます。} \\
 2x - 4 \geq 0 & \text{項に区切って} \\
 2x \geq 4 & \text{定数項を右辺に移動して} \\
 \underline{x \geq 2} & \text{x の係数 2 でわります。}
 \end{array}$$

では、この $2x - 4 \geq 0$ をグラフで考えてみましょう。

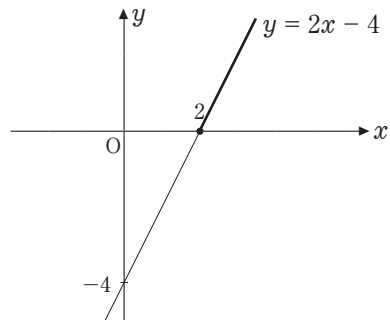
1 次関数 $y = 2x - 4 \geq 0$ と書いてみます。

これは、 $y = 2x - 4$ と $y \geq 0$ です。

つまり、直線 $y = 2x - 4$ 上の $y \geq 0$ の部分です。

グラフに表したのが右図です。

$y \geq 0$ なので、 x 軸を含めて上の太線の部分です。



同じことを2次関数で考えてみましょう。

《その前に準備!》

x の2次関数 $y = x^2 - 6x + 8$ のグラフをかいてみます。

平方完成で今まで書いてきましたが、右辺が因数分解できるので因数分解をすると、

$$y = x^2 - 6x + 8$$

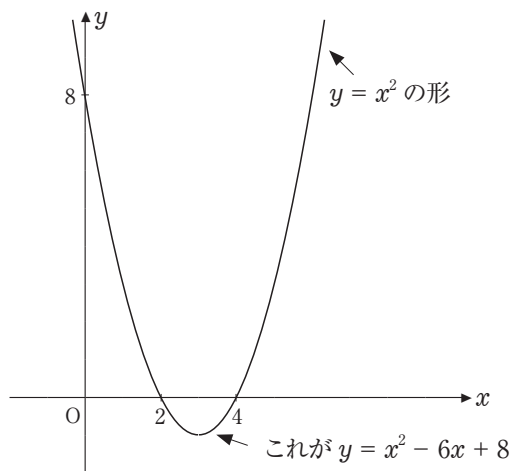
$$= (x - 2)(x - 4) \text{ となります。}$$

$y = x^2 - 6x + 8$ のグラフは、 $y = x^2$ と同じ形です。

さらに、 $y = (x - 2)(x - 4)$ から、 $(2, 0)(4, 0)$ を通ります。

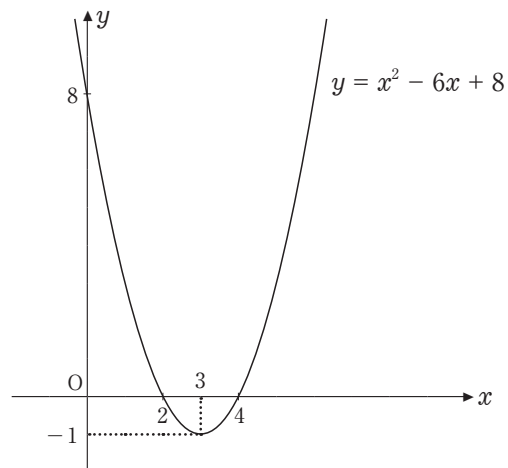
$(2, 0)(4, 0)$ は、 x 軸上の点です。

したがって、



頂点は、 x 軸との交点2と4のまん中の $x = 3$ のときですから $(3, -1)$ となります。

因数分解のできる2次関数は、平方完成をしなくてもグラフがかけます。

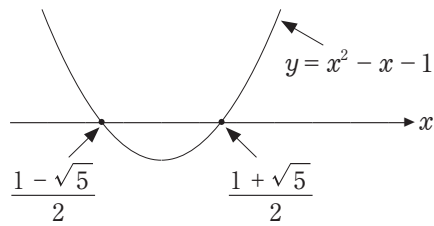


$x^2 - x - 1 = 0$ を解の公式で解くと

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

つまり、



よって、 $x^2 - x - 1 > 0$ を解くと右図のグラフの x 軸より上の部分ですから、

$x < \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2} < x$ となります。

