

2 次方程式の解の公式

監修・執筆
湯浅弘一

今回学ぶこと

2 次方程式を解く最終手段です。この公式を覚えれば、解けない 2 次方程式はありません。必ず解ける便利な公式です。最初に覚えるのに時間がかかるかもしれませんが何度も使っているうちに身につくものです。まずは試してみましょう。

学習のポイント

- ① 解の公式とは
- ② 解の公式を使う
- ③ 解の公式を使う文章題

ポイント1 解の公式とは

今まで 2 次方程式を解くときは、

- ① 平方根を求める
- ② 因数分解を使う

を中心に考えましたが、この①②以外の 2 次方程式を解く場合は、

2 次方程式の解の公式

2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

を使います。

この 2 次方程式の解の公式は、すべての 2 次方程式に使えます。



ポイント2 解の公式を使う

■ さっそく使おう！

例えば……

$2x^2 + 3x - 4 = 0$ を解いてみましょう。

まず項に区切ります。

$$2x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \end{array}$$

これを $ax^2 + bx + c = 0$ と対応させると、

$a = 2, b = 3, c = -4$ です。

そして、解の公式に代入してみると

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4} \end{aligned}$$

これが、 $2x^2 + 3x - 4 = 0$ の解です。

■ では、もう一題！

$3x^2 - 4x - 5 = 0$ を解いてみましょう。

項に区切って、 $3x^2 - 4x - 5 = 0$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow \end{array}$$

$ax^2 + bx + c = 0$ に対応させると、

$a = 3, b = -4, c = -5$

解の公式

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{に代入して、}$$

$$= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 3 \times (-5)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{76}}{6} \quad \leftarrow \text{ここで止まらないで!!}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{2^2 \times 19}}{6}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{19}}{6}$$

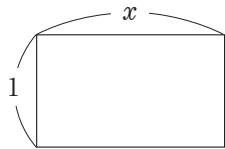
$$= \frac{2(2 \pm \sqrt{19})}{6} \quad \left. \begin{array}{l} \text{分子を2でくくる。} \\ \text{2で約分。} \end{array} \right\}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{19}}{3}$$

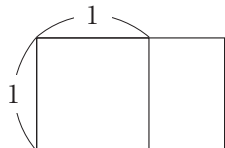
約分できるときは約分を忘れずに!!

ポイント3 解の公式を使う文章問題

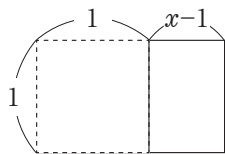
例題



この長方形のタテを1、ヨコを x とします。 $(x > 1$ とします)



左側に1辺1の正方形を作ります。



左側の正方形を切り取ります。

残った長方形がもとの長方形と相似であるとき x は?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

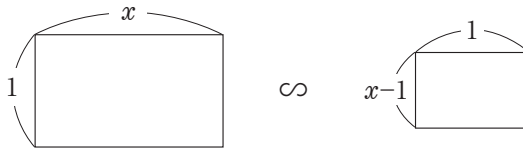
.....

.....

.....

.....

答



タテの長さ：ヨコの長さの式を立てると

$$1 : x = (x - 1) : 1$$

つまり $x(x - 1) = 1 \times 1$

$$x^2 - x - 1 = 0$$

解の公式の $a = 1$ 、 $b = -1$ 、 $c = -1$ として、

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

しかし！ $x > 1$ であるから……

$$\sqrt{5} = 2.23\cdots\cdots \text{なので、} x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} < 0 \text{ となり解ではありません。}$$

◀ x の解は、

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ となります。}$$
