

## 2次方程式の解の公式

講師

湯浅 弘一

### △ 身近にあることは？

世の中で一番美しい長方形とは…？

縦の長さとの横の長さの比が

$$1 : \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{およそ } 5 : 8 \text{ くらい}$$

とされています。

これを“黄金比”といいます。

黄金比を発見したのは古代ギリシャの数学者“エウドクソス”だそうで、これがギリシャのパルテノン神殿の縦と横の長さにもなっています。

この数値を求めるには、2次方程式の解の公式が必要になります。



### △ 確認しましょう

$x$ の2次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \dots (\star) \quad \text{です。} (a \neq 0)$$

#### 問題1

次の  $x$  の2次方程式を解きなさい。

- (1)  $x^2 + 5x + 5 = 0$
- (2)  $2x^2 + 3x - 4 = 0$
- (3)  $2x^2 + 3x - 5 = 0$

#### 【考え方】

(1)  $x^2 + 5x + 5 = 0$  を  $ax^2 + bx + c = 0$  に当てはめます。

つまり  $a=1$ ,  $b=5$ ,  $c=5$  です。

この値を(☆)に代入すると、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{5}}{2}$$

となります。

(2)  $2x^2 + 3x - 4 = 0$  を  $ax^2 + bx + c = 0$  に当てはめます。

つまり  $a=2$ ,  $b=3$ ,  $c=-4$  です。

この値を(☆)に代入すると、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4}$$

となります。

(3)  $2x^2 + 3x - 5 = 0$  を  $ax^2 + bx + c = 0$  に当てはめます。

つまり  $a=2$ ,  $b=3$ ,  $c=-5$  です。

この値を(☆)に代入すると、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-5)}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4}$$

ここで終了してはいけません。 $\sqrt{49} = 7$  ですから、

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{-3 \pm 7}{4}$$

となるので、

$$x = \frac{-3+7}{4} \quad \text{または} \quad x = \frac{-3-7}{4}$$

つまり、 $x=1$  または  $x=-\frac{5}{2}$

と求められます。

### 問題2

$x$  の2次方程式  $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$  を解きなさい。

#### 【考え方】

$x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$  を  $ax^2 + bx + c = 0$  に当てはめます。

つまり  $a=1$ ,  $b=-2\sqrt{2}$ ,  $c=1$  です。

この値を(☆)に代入すると、

$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-2\sqrt{2}) \pm \sqrt{(-2\sqrt{2})^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} \\ &= \frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{2\sqrt{2} \pm 2}{2} = \sqrt{2} \pm 1 \end{aligned}$$

となります。

ルートが係数にあっても、解の公式は使えます。万能な公式ですよ☆