

2次方程式とは

講師

湯浅 弘一



身近にあることは？

小学校の頃、

「 $\square + 5 = 9$ となるとき、 $\square = ?$ 」

こんな問題を解いたことありませんか？

$\square = 4$ となりますね。

これは、答えが1つしかないので、**1次方程式**といいます。

では、

「面積が 9m^2 の正方形の1辺の長さはいくつですか？」

と聞かれたら、正方形なので、1辺の長さを x として $x \times x = 9$ を解くことになります。

x を2回かけ算していますよね。これが**2次方程式**です。

この場合、 $x > 0$ ですから $x = 3$ が答えです。

◀ このように x を2回かけ算しているものを含む式が2次方程式です。



確認しましょう(1)

方程式とは・・・

未知数と言われている、まだわからない数を含む等式(=で書かれている式)を方程式といいます。

未知数は、一般に「 x 」と表します。

「 x 」を含む等式には、以下のような式が考えられます。

(1) $3x = x + 4$

(2) $x^2 = x + 2$

(1) と (2) の大きな違いは、

(1) には x が、(2) には x だけでなく x^2 も含まれていることです。

この(1)の方程式を x の1次方程式といい、(2)の方程式を x の2次方程式といいます。

「1次方程式を解く」とは、 x を含む項を=の左側に、 x を含まない項を=の右側に移項することをいいます。

ということかというところ…次の問題を解きながら考えてみましょう！

問題 1

$3x - 2 = x + 4$ を解きなさい。

【考え方】

$$3x - 2 = x + 4$$

$$3x - x = +4 + 2 \quad \leftarrow x \text{ を含む項を左辺に, } x \text{ を含まない項を右辺に移項する}$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

 確認しましょう (2)

2次方程式を解く方法を確認しましょう。

【タイプ1】… $x^2 = a$ (数値) のときは, $x = \pm\sqrt{a}$

【タイプ2】… タイプ1以外の $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) のときは, 因数分解もしくは解の公式を使う。

<乗法公式>

式の展開の公式を覚えましょう。

〔その1〕 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

〔その2〕 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

〔その3〕 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$



上の〔その1〕～〔その3〕の左辺と右辺を入れ替えた式を因数分解といいます。

〔その4〕 $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

〔その5〕 $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

〔その6〕 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$



問題2

$x^2 + 6x + 9$ を因数分解しなさい。

【考え方】

〔その4〕の因数分解で、 $a = x$ 、 $b = 3$ とおくと

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times 3x + 9 = (x + 3)^2$$

問題3

$xy = 0$ を解きなさい。

【考え方】

$xy = 0$ とは、 $x = 0$ または $y = 0$ のことです。

問題4

$x^2 - 4 = 0$ を解きなさい。

【考え方】

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x + 2)(x - 2) = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{〔その6〕の因数分解を利用!}$$

$$x + 2 = 0 \text{ または } x - 2 = 0$$

これを解いて $x = -2$ 、 $x = 2$

問題5

x の2次方程式 $x^2 - 34x + 289 = 0$ を解きなさい。

【考え方】

$289 = 17^2$ であることに注意して

$$x^2 - 34x + 289 = x^2 - 2 \times 17 \times x + 289$$

$$= (x - 17)^2$$

$$= 0$$

よって $x = 17$



参考
 $17 \times 17 = 289$ は
 ヒナ (17) の唐揚げ
 ニッコリパク! (289)
 と覚えると良いですよ~