

ルートの計算(積と商)

講師

湯浅 弘一



身近にあることは？

前回の続きです。ルートの数は、この先“三平方の定理”を学習する際に効果を発揮します。今回はその計算を中心に行います。



確認しましょう(1)

前回のルールを<ルール1>とします。

<ルール1>

$$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$$

$$\sqrt{6} \times \sqrt{6} = 6$$

$$\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7$$

$$\sqrt{8} \times \sqrt{8} = 8$$

このように $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$ ($a \geq 0$) です。

次に、新しいルールを覚えましょう。

<ルール2>

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$$

$$\sqrt{5} \times \sqrt{6} = \sqrt{5 \times 6} = \sqrt{30}$$

このように $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$) です。

ここで、<ルール1>と<ルール2>を混ぜてみましょう。

例えば・・・

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{2 \times 3 \times 6} \quad \leftarrow \text{<ルール2>}$$

$$= \sqrt{6 \times 6}$$

$$= 6 \quad \leftarrow \text{<ルール1>}$$

問題 1

次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$

(2) $\sqrt{3} \times \sqrt{6}$

(3) $\sqrt{6} \times \sqrt{15}$

【考え方】

(1) $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}$

(2) $\sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{3 \times 6} = \sqrt{3 \times 2 \times 3} = 3\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{6} \times \sqrt{15} = \sqrt{6 \times 15} = \sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 5} = 3\sqrt{10}$



確認しましょう(2)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$ のように分母に $\sqrt{\quad}$ を含む場合、分母から $\sqrt{\quad}$ をなくします。

$\sqrt{5} = 2.236\dots$

このように小数部分が無限に続く数(無理数)ですから

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{2.236\dots}$$

つまりこれは、 $1 \div (2.236\dots)$ ということです。

この答えのイメージがわかりませんね。

ですから、分母から $\sqrt{\quad}$ をなくすことにします。

これを**分母の有理化**といいます。

例えば・・・

$\frac{1}{\sqrt{5}}$ であれば、分母と分子に $\sqrt{5}$ をかけます(**倍分する**といいます)。

すると

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

となり、分母から $\sqrt{\quad}$ をなくすことができます。

簡単に言えば、 $\frac{\triangle}{\sqrt{\circ}}$ の形をしている場合、分母と同じ数の $\sqrt{\circ}$ を倍分すればよいのです。

問題2

$\frac{1}{2}$ と $\frac{1}{\sqrt{2}}$ はどちらが大きいですか？

【考え方】

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ の分母を有理化します。

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1.4142\cdots}{2} > \frac{1}{2}$$

ですから、

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ の方が大きいです。