

平方根を知る

講師

湯浅 弘一



身近にあることは？

「面積が 1m^2 の正方形の1辺の長さは？」と聞かれたら、 1m ですよね。

では、「面積が 9m^2 の正方形の1辺の長さは？」と聞かれたら？

これも 3m と答えられます。

それでは・・・

「面積が 10m^2 の正方形の1辺の長さは？」と聞かれたら？

結論から言うと、この答えは $\sqrt{10}\text{m}$ （ルート10メートルと読みます）です。



確認しましょう(1)

まず、**ルート**と言う記号を知ることにはしましょう。

<ルール>

$$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5 \text{ です。}$$

$$\sqrt{6} \times \sqrt{6} = 6 \text{ です。}$$

$$\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7 \text{ です。}$$

$$\sqrt{8} \times \sqrt{8} = 8 \text{ です。}$$

このように $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$ ($a \geq 0$) です。

次に、**素数**という数を知りましょう。

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, ...

これらの数には特徴があります。

2は1と2だけで割ることができます。

3は1と3だけで割ることができます。

5は1と5だけで割ることができます。

7は1と7だけで割ることができます。

11は1と11だけで割ることができます。

しかし・・・

9は1と3と9で割ることができ、1と9だけではないので素数とはいえません。

16は1と2と4と8と16で割ることができ、1と16だけではないので素数とはいえません。

つまり・・・素数とは1とその数自身以外で割ることのできない数となります。

素数だけのかけ算で1つの数を表すことを**素因数分解**といいます。

例えば、実際の数素因数分解すると・・・

$$\begin{aligned} 10 &= 2 \times 5 \quad (\text{素数だけのかけ算で表しています}) \\ 11 &= 11 \quad (1 \times 11 \text{ は NG! } 1 \text{ は素数ではありません}) \\ 12 &= 2 \times 2 \times 3 \quad (\text{素数だけのかけ算で表しています}) \\ 13 &= 13 \\ 14 &= 2 \times 7 \\ 15 &= 3 \times 5 \\ 16 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ 17 &= 17 \\ 18 &= 2 \times 3 \times 3 \end{aligned}$$

素因数分解の求め方に“すだれ算”があります。

例えば、90を素因数分解すると・・・

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \overline{) 5} \\ 1 \end{array}$$

この左側をかけ算して、 $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ となります。

ということは・・・

$$\sqrt{90} = \sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 5} = 3\sqrt{2 \times 5} = 3\sqrt{10}$$

と表すことができます。

問題 1

$\sqrt{12} = \sqrt{2 \times 2 \times 3} = 2\sqrt{3}$ のように、以下の数も $a\sqrt{b}$ の形にしてください。

- (1) $\sqrt{8}$
- (2) $\sqrt{18}$
- (3) $\sqrt{20}$

【考え方】

- (1) $\sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2 \times 2} = 2\sqrt{2}$
- (2) $\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3 \times 3} = 3\sqrt{2}$
- (3) $\sqrt{20} = \sqrt{2 \times 2 \times 5} = 2\sqrt{5}$

△ 確認しましょう(2)

ルートの中が同じ数の時だけ足し算(和)と引き算(差)ができます。

文字式の足し算(和)と引き算(差)に似ています。

例えば,

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{とできます。}$$

$\sqrt{2}$ が2つと3つの合計と考えて $\sqrt{2}$ が5つになるイメージです。

問題2

- (1) $\sqrt{48}$ を $a\sqrt{b}$ の形に直しなさい。
- (2) $\sqrt{27}$ を $a\sqrt{b}$ の形に直しなさい。
- (3) $\sqrt{48} - \sqrt{27}$ の計算をしなさい。

【考え方】

$$(1) \sqrt{48} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3} = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$(2) \sqrt{27} = \sqrt{3 \times 3 \times 3} = 3\sqrt{3}$$

$$(3) \sqrt{48} - \sqrt{27} = 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 1\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

△ 確認しましょう(3)

“平方根”という言葉を知りましょう。

“平方”とは同じ数を2回かけることです。

“根”と言うのは数学では方程式の解(答え)をいいます。

例えば、3の平方根は2回同じ数をかけて3になる数です。

これは $x \times x = 3$ の x のことです。

$x \times x = 3$ を解くと $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$ ですから

$x = \pm \sqrt{3}$ となります。

ここで、 $(-\sqrt{3}) \times (-\sqrt{3}) = 3$ であることも忘れずに!

よって、3の平方根は $\pm\sqrt{3}$ です。

△ **難しいお話です！**

電卓で $\sqrt{3}$ を求めると

$$\sqrt{3} = 1.7320508\dots$$

この数の小数部分には終わりがありません。

このような数を**無理数**といいます。

参考：ルートの数の語呂合わせ

$$\sqrt{2} \doteq 1.41421356 \quad (\text{一夜一夜に人見ごろ})$$

$$\sqrt{3} \doteq 1.7320508 \quad (\text{人並みに奢れや})$$

$$\sqrt{5} \doteq 2.2360679 \quad (\text{富士山麓オウム鳴く})$$

$$\sqrt{6} \doteq 2.44949 \quad (\text{煮よ, 良く良く})$$

$$\sqrt{7} \doteq 2.64575 \quad (\text{菜に虫いない})$$

$$\sqrt{8} \doteq 2.828427 \quad (\text{ニヤニヤ呼ぶな})$$

$$\sqrt{10} \doteq 3.1622 \quad (\text{三色に並ぶ})$$

問題3

50の平方根を求めなさい。

【考え方】

$$x \times x = 50$$

この x を求めます。

$$\sqrt{50} = \sqrt{2 \times 5 \times 5} = 5\sqrt{2}$$

ですから、50の平方根は $\pm 5\sqrt{2}$ です。

問題4

$\sqrt{362880}$ を簡単にしなさい。

【考え方】

素因数分解します。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 362880} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 181440} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 90720} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 45360} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 22680} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 11340} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 5670} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 2835} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 945} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 315} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 105} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 35} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 7} \end{array}$$

1

$$\begin{aligned} \sqrt{362880} &= \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7} \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \sqrt{2 \times 5 \times 7} = 72\sqrt{70} \end{aligned}$$

となります。