



38 三平方の定理

三平方の定理

【今回学ぶこと】

「三平方……3つの平方」、「平方……2乗」

つまり、3つの2乗がある定理が三平方の定理です。思い出してください。1辺 a の正方形の面積は？ 面積 = a^2 でしたね。これを a の平方とも言います。

【学習のポイント】

①三平方の定理とは

②三平方の定理を使う

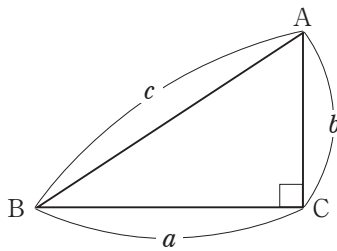
到達目標 ●▶ 三角定規の3辺の比を知る

数学監修・執筆

湯浅弘一

三平方の定理とは

まずは結論から



直角三角形△ABCにおいて、

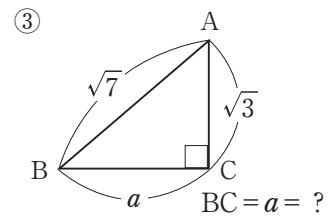
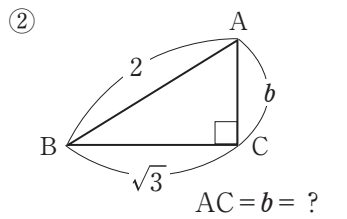
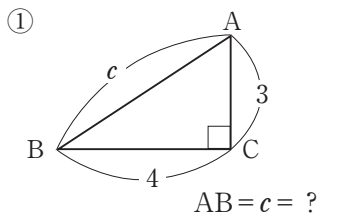
$$a^2 + b^2 = c^2$$

直角をはさむ
2辺の長さの
平方の和

斜辺の長さの平方

これを三平方の定理といいます。

【練習】 まずは使ってみよう！



答え

① 三平方の定理から $c^2 = 4^2 + 3^2$

$c^2 = 25$

$c = \pm 5$

$c > 0$ だから $\underline{c=5}$

② 三平方の定理から $2^2 = (\sqrt{3})^2 + b^2$

$4 = 3 + b^2$

$b^2 = 1$

$b = \pm 1$

$b > 0$ だから、 $\underline{b=1}$

③ 三平方の定理から $(\sqrt{7})^2 = a^2 + (\sqrt{3})^2$

$7 = a^2 + 3$

$a^2 = 4$

$a = \pm 2$

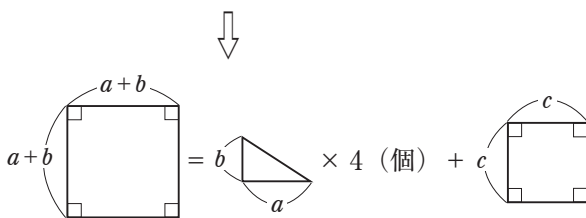
$a > 0$ だから、 $\underline{a=2}$

👉 ちょっと、これはムズカシイ!

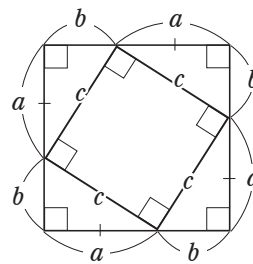
三平方の定理がなぜ成り立つかを考えましょう。

Q: 1辺が $a+b$ の正方形の面積を考えます。

この正方形を右図のように4つの直角三角形と
1つの小さい正方形に分けると……



これを式で表すと、



となります。

$$(a+b) \times (a+b) = a \times b \times \frac{1}{2} \times 4 + c \times c$$

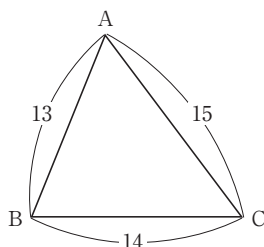
つまり、 $(a+b)^2 = 2ab + c^2$

展開すると $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$

$$\underline{a^2 + b^2 = c^2} \quad \text{となります。}$$

三平方の定理を使う

Q:



左の三角形の面積を求めよう!

A: まず、高さを求めます。

そのために、A から BC への垂線の足を H とし、 $BH = x$ 、 $AH = h$ とすれば、 $\triangle ABH$ 、 $\triangle ACH$ に三平方の定理から

$$\begin{cases} x^2 + h^2 = 13^2 & \dots\dots \text{①} \\ (14-x)^2 + h^2 = 15^2 & \dots\dots \text{②} \end{cases}$$

この連立方程式を解きます。

①は、 $x^2 + h^2 = 169$

②は、 $196 - 28x + x^2 + h^2 = 225$

①の $x^2 + h^2$ の部分を②へ代入して、

$$196 - 28x + 169 = 225$$

$$-28x = -140$$

移項して

$$x = 5$$

①へ代入して、 $5^2 + h^2 = 169$

$$h^2 = 144$$

移項して

$$h = 12$$

よって、 $\triangle ABC$ の面積は、 $14 \times 12 \times \frac{1}{2} = 84$ となります。

