＃36　合同と相似

円

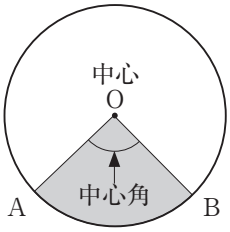
【今回学ぶこと】

円を人に説明するにはどうしたら良いでしょうか？　○丸い！　でもただ丸いのではありません。◯楕円も丸いのです。円とは、“1点から等しい距離にある点の集まり”なのです。その1点とは円の中心です。

【学習のポイント】
①円周角とは
②円周角と中心角の関係
到達目標 ••▶　弧の長さと中心角が比例することを知る

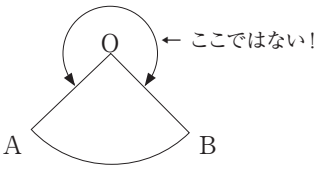
数学監修・執筆
湯浅弘一

円周角とは

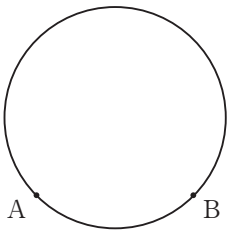


まず中心角から、

円の中心をO。円周上に2点A、Bをとるとき、この半径OAとOBのなす∠AOBを弧ABの中心角といいます。

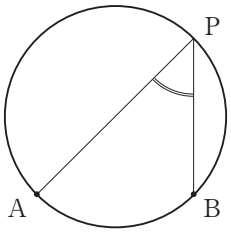


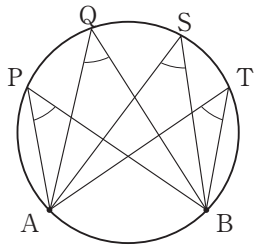
さて、本題です。円周上に2点A、Bをとります（下左図）。



このA、Bを固定してもう1点Pをとります（下右図）。

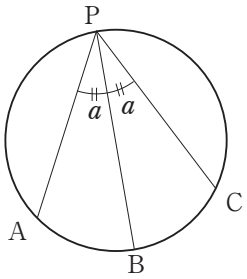
このとき∠APBを弧ABの円周角といいます。この円周角は、Pが円周上のどこにあってもAとBが固定されているとき∠APBは同じ角度になります。





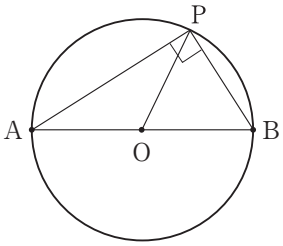
つまり∠ APB = ∠ AQB = ∠ ASB = ∠ ATB となります。

AB の弧の長さを $\overset{\frown}{AB}$ と表します。
円周角は弧の長さに比例します。

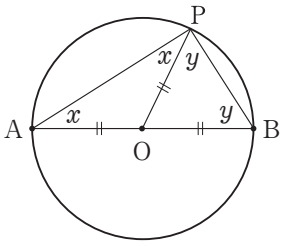


つまり 2 × $\overset{\frown}{AB}$ = $\overset{\frown}{AC}$ のとき、AC の円周角∠ APC = 2 ×∠ APB となります（右図）。

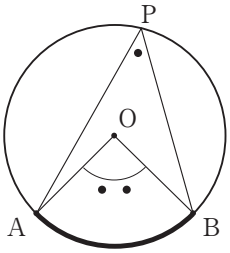
特に、直径の円周角は 90° になります。（直径の上に立つ円周角は 90° とも言う）
これをターレスの定理とも言います。（右図、∠ APB = 90°）



なぜなら、
△ AOP は OA = OP の二等辺三角形
△ BOP は OB = OP の二等辺三角形
∠ OAP =∠ OPA = x
∠ OBP =∠ OPB = y とおくと、△ APB の内角の和は 180°
なので、
$x + x + y + y = 180°$
よって、$x + y = 90°$
つまり、∠ APB = 90°　です。



円周角と中心角の関係

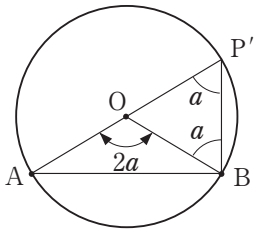


1 つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの半分である。

⇩

これを円周角の定理と言います。

では、この円周角の定理を考えてみましょう。



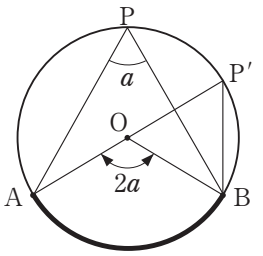
左図のように直径 AP′をつくり∠ AP′B = a とおきます。

△ OBP′は OB = OP′の二等辺三角形なので、

∠OP′B=∠OBP′=aとなります。

△ OBP′の内角の和が 180° なので、∠ BOP′ = 180° − 2a となるから、

∠ AOB = 2a



$\overset{\frown}{AB}$ の円周角は、

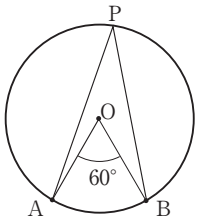
∠AP′B=∠APBなので

∠ APB = a

つまり $\overset{\frown}{AB}$ の中心角∠ AOB = 2a に対して、$\overset{\frown}{AB}$ の円周角∠ APB = a は中心角の半分になります。

問題

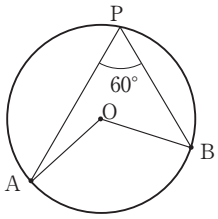
(1)



∠ AOB = 60° のとき、

∠ APB = ?

(2)



∠ APB = 60° のとき、

∠ AOB = ?

答え

(1) 30°　　(2) 60° × 2 = 120°