 # 27 2次方程式

解の公式

【今回学ぶこと】

“解の公式”とは一般に“2次方程式の解の公式”を指します。この公式は、「どんな2次方程式であっても解くことができる!」優れもの!! しかし…、この公式は覚えにくい??? マル覚え? ゴロ合わせ? リズム?…、その覚え方は、君に任せよう!

【学習のポイント】

① 2次方程式の解の公式を知る

② 2次方程式を解く

到達目標 ••▶ 2次方程式の解の公式を使う

数学監修・執筆
湯浅弘一

2次方程式の解の公式を知る

まず、2次方程式を解くには、①平方根を使う、②因数分解を使うという解き方がありました。

①の例: $\boxed{x^2 = 12 \text{ を解きなさい。}}$

$$x = \pm\sqrt{12}$$
$$= \pm 2\sqrt{3}$$

②の例: $\boxed{x^2 + 13x + 22 = 0 \text{ を解きなさい。}}$

$x^2+(\text{和})x+(\text{積})$ の因数分解を使って、

$\begin{cases} \text{たして } 13 \\ \text{かけて } 22 \end{cases}$ となる2つの数は…

$$\text{かけて } 22 = \begin{cases} 1 \times 22 \\ 22 \times 1 \end{cases} \text{たして } 23 \\ \begin{cases} 2 \times 11 \\ 11 \times 2 \end{cases} \text{たして } 13 \\ \begin{cases} (-1) \times (-22) \\ (-22) \times (-1) \end{cases} \text{たして } -23 \\ \begin{cases} (-2) \times (-11) \\ (-11) \times (-2) \end{cases} \text{たして } -13$$

このうち、たして13になる数は、2と11ですから

$x^2+13x+22=(x+2)(x+11)=0$　を解いて

$x+2=0,\ x+11=0$

$x=-2,\ -11$

さて、$2x^2+3x-4=0$　を解くと…

→　**解けません？**

ここで解の公式の登場です。

■ 2次方程式の解の公式 ■

$ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$　の解は、

$$\boldsymbol{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

では、前述の式をこの公式に当てはめてみましょう。

$2x^2+3x-4=0$ を

$ax^2+bx+c=0$ に対応させて…

$a=2,\ b=3,\ c=-4$　ですから、

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{41}}{4}$$

これがこの方程式の解です。

2次方程式を解く

まずは、「習うより慣れろ！」です。2次方程式を解いてみましょう。

練習

(1)　$3x^2 - 5x - 7 = 0$

(2)　$3x^2 - 4x - 5 = 0$

(3)　$3x^2 + 2x - 1 = 0$

答え

(1)　$3x^2 - 5x - 7 = 0$　は、

$ax^2 + bx + c = 0$ の $a = 3,\ b = -5,\ c = -7$ に対応させて、

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times (-7)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{109}}{6}$$

(2)　$3x^2 - 4x - 5 = 0$　は、

$ax^2 + bx + c = 0$ の $a = 3,\ b = -4,\ c = -5$ に対応させて、

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 3 \times (-5)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{76}}{6}$$ ←ここで終わらない！

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{19}}{6}$$

約分して！

$$= \frac{2 \pm \sqrt{19}}{3}$$

(3) $3x^2 + 2x - 1 = 0$ は、
$ax^2 + bx + c = 0$ の $a = 3,\ b = 2,\ c = -1$ に対応させて、

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{6}$$ ←ここで終わらない！

$$= \frac{-2 \pm 4}{6}$$

$$= \frac{-2+4}{6},\ \frac{-2-4}{6}$$

約分して！

つまり、$x = \frac{1}{3},\ -1$