

14 式の展開・因数分解

乗法公式と因数分解

【今回学ぶこと】

今回は、公式を使って式の展開を行います。そのあとに、因数分解を行います。言葉だけだとわかりにくいので実際の問題で確認していきます。



【学習のポイント】

- ①乗法公式の確認
- ②乗法公式を用いて因数分解をする

到達目標 ●▶ 乗法公式を覚える

数学監修・執筆

湯浅弘一

乗法公式の確認

■公式とは

文字を用いて表された式で、法則や定理など、いろいろな数値を代入して、いつも成り立つことを **公式** といいます。

■乗法公式とは

次の4つの公式を乗法公式といいます。このほかにも乗法公式はありますが、今回はこの4つを学習しましょう。

乗法公式	[1]	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
	[2]	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
	[3]	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
	[4]	$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

たとえば、上記 [1] の

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ の、 $a = 2$ 、 $b = 3$ とすると

$(2 + 3)^2 = 2^2 + 2 \times 2 \times 3 + 3^2$

$5^2 = 4 + 12 + 9 = 25$ が成り立ちます。

a 、 b がほかの数でも成り立つので公式といえます。

■乗法公式を使って式を展開する

Q 1. $(x + 3)^2$ を展開してみよう。

乗法公式 [1] $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ を使います。

上記公式の $a = x$ 、 $b = 3$ と置き換えてみましょう。この置き換えを **代入** といいます。

$$\begin{aligned}(x + 3)^2 &= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 \\ &= \underline{x^2 + 6x + 9} \quad \text{となります。}\end{aligned}$$

Q 2. $(x - 5)^2$ を展開してみよう。

乗法公式 [2] $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ を使います。

上記公式に $a = x$ 、 $b = 5$ を代入しましょう。

$$\begin{aligned}(x - 5)^2 &= x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 \\ &= \underline{x^2 - 10x + 25} \quad \text{となります。}\end{aligned}$$

Q 3. $(x + 7)(x - 7)$ を展開してみましょう。

乗法公式 [3] $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ を使います。

上記公式に $a = x$ 、 $b = 7$ を代入しましょう。

$$\begin{aligned}(x + 7)(x - 7) &= x^2 - 7^2 \\ &= \underline{x^2 - 49} \quad \text{となります。}\end{aligned}$$

Q 4. $(x + 2)(x + 9)$ を展開してみましょう。

乗法公式 [4] $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ を使います。

上記公式に $a = 2$ 、 $b = 9$ を代入しましょう。

$$\begin{aligned}(x + 2)(x + 9) &= x^2 + (2 + 9)x + 2 \times 9 \\ &= \underline{x^2 + 11x + 18} \quad \text{となります。}\end{aligned}$$

乗法公式を用いて因数分解をする

■乗法公式の左辺と右辺を入れかえる

式の“=”の左を 左辺
 “=”の右を 右辺 といいます。

最初に登場した乗法公式の左辺と右辺を入れかえてみましょう。

$$\begin{aligned} [1] \quad & a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \\ [2] \quad & a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2 \\ [3] \quad & a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \\ [4] \quad & x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b) \end{aligned}$$

この左辺 → 右辺を 因数分解 といいます。

Q 1. $x^2 + 2x + 1$ を因数分解してみましょう。

乗法公式 [1] $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ を使います。

※ $x^2 + 2x + 1$ の x^2 と 1 に注意します。

公式の $a^2 = x^2$ 、 $b^2 = 1$ と考えて、

$a = x$ 、 $b = 1$ とすると、

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 1 &= x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 \\ &= (x + 1)^2 \quad (\text{●は同じ+です}) \end{aligned}$$

Q 2. $x^2 - 6x + 9$ を因数分解してみましょう。

乗法公式 [2] $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ を使います。

※ $x^2 - 6x + 9$ の x^2 と 9 に注意しましょう。

公式の $a^2 = x^2$ 、 $b^2 = 9$ と考えて

$a = x$ 、 $b = 3$ とすると、

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 9 &= x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 \\ &= (x - 3)^2 \quad (\text{●は同じ-です}) \end{aligned}$$

Q 3. $x^2 - 81$ を因数分解してみましょう。

乗法公式 [3] $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ を使います。

和と差の積

公式の $a = x^2$ 、 $b^2 = 81$ と考えて

$a = x$ 、 $b = 9$ とすると、

$x^2 - 81 = (x + 9)(x - 9)$ となります。

Q 4. $x^2 + 3x + 2$ を因数分解してみましょう。

乗法公式 [4] $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ を使います。

$a + b$ ……2つの数のたし算が3

ab ……2つの数のかけ算が2 となる数です。

2つの数は、1と2 (2と1もokです)

そこで、 $a = 1$ 、 $b = 2$ とすると、

$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$ となります。