第32回

数の表し方のしくみ

講師
湯浅 弘一

学習のポイント　①１０進法　②２進法　③２進法の計算

① １０進法

10000 の位	1000 の位	100 の位	10 の位	1 の位
5	**6**	**7**	**8**	**9**

漢字で書けば“五万六千七百八十九”

私たちが普段使っている数です。

お金で考えると・・・

1 円玉，10 円玉，100 円玉，1000 円札，10000 円札

すべて 10 倍ずつになっていますね。

ですから，10 倍ずつ進むお約束ということで 10 進法といいます。

“10”集まると 1 つのまとまりとして位を 1 つ上げていく、いわゆる〝繰り上がる〟という性質です。

繰り上がる・・・

1，2，3，4，・・・,9

この９が０から数えて９個目。そして 10 個目に 1 桁から 2 桁になって

います。１０進法は０と１～９までの 10 個の数を使用しています。

② ２進法

１０進法と同じように考えてみると，

“２”集まると１つのまとまりとして位を１つ上げていく数の表し方を２進法といいます。

簡単に言えば 2 倍ずつ進む単位です。

16 の位	8 の位	4 の位	2 の位	1 の位
1	**1**	**1**	**1**	**1**

このようになります。

１０進法と区別をするために，この２進法の数を $11111_{(2)}$ と書いたりします。

さらに，“２”が集まると位が上がるため，２という数は使用できません。

すなわち、０と１の 2 個の数字しか使わないのです。その理由は 2 個目に繰り上がるからです。

＜ご注意！＞
上の 11111(#) の読み方は，イチイチイチイチイチです。
一万千百十一と読むと，それ自体が１０進法になってしまいます。
数え方を比較すると・・・

10 進法	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2 進法	0	1	10	11	100	101	110	111	1000

ここで，以下のように，この表を見ます。
２進法の $111_{(2)}$ は
１の位が 1 個
２の位が 1 個
４の位が 1 個
つまり・・・
１円玉が 1 個
２円玉が 1 個
４円玉が 1 個
の合計は １＋２＋４＝ 7 (円) なので，
上の表のように２進法の $111_{(2)}$ は 10 進法で 7 になります。
お金の換算と同じイメージです。

例題 1

$101101_{(2)}$ を１０進法で表せ。

解答 ２進法の $101101_{(2)}$ は
1 の位が 1 個，2 の位が 0 個，4 の位が 1 個，8 の位が 1 個，16 の位が 0 個，32 の位が 1 個
つまり
1 円玉が 1 個，2 円玉が 0 個，4 円玉が 1 個，8 円玉が 1 個，16 円玉が 0 個，32 の円玉が 1 個
の合計　1 ＋ 4 ＋ 8+32 ＝ 45(円) なので，
上の表のように 2 進法の $101101_{(2)}$ は 10 法で 45 になります。

練習 1

$10101_{(2)}$ を１０進法で表せ。

解答　2 進法の $10101_{(2)}$ は

1 の位が 1 個

2 の位が 0 個

4 の位が 1 個

8 の位が 0 個

16 の位が 1 個

の合計は，$1+4+16=21$ なので，10 進法で 21 になります。

例題 2

10 進法で 21 を 2 進法で表しなさい。

解答 【答え 1】

これもお金でイメージすると，２進法では

1 円玉，2 円玉，4 円玉，8 円玉，16 円玉，32 円玉，・・・

21 は 16 円玉が一番大きく使えます。これを１個使用すると仮定すれば，

残りは　$21-16=5$（円）

この 5 円は 4 円玉が使えるので，ここで 1 個使用すると残りは　$5-4=1$

1 円玉 1 枚が残ります。

使ったものは 16 円玉と 4 円玉と 1 円玉です。

つまり，2 進法でいう 16 の位，4 の位，1 の位を 1 回ずつ使用したので，

10 進法で 21 は $10101_{(2)}$ と表すことができます

でも，いちいちこの計算をするのは面倒なので，以下のスダレ算を使用します。

素因数分解のときのように２進法にしたい場合は２で割って，余りを書きます。

最後の商１から始め，余りを下から上に書くと，答えを求めることができます。

【答え 2】

2) 21

2) 10　・・・1　⟵ $(21\div2=10$ あまり $1)$

2) 5　・・・0　⟵ $(10\div2=5$ あまり $0)$

2) 2　・・・1　⟵ $(5\div2=2$ あまり $1)$

1　・・・0　⟵ $(2\div2=1$ あまり $0)$

下から逆さまに 10101　つまり答えは $10101_{(2)}$ です。

練習2

10 進法で 45 を 2 進法で表しなさい。

解答　ここでは，スダレ算を使うことにします。

$$\begin{array}{r|rl} 2 & 45 & \\ \hline 2 & 22 & \cdots 1 \\ \hline 2 & 11 & \cdots 0 \\ \hline 2 & 5 & \cdots 1 \\ \hline 2 & 2 & \cdots 1 \\ \hline & 1 & \cdots 0 \end{array}$$

10 進法で 45 は $101101_{(2)}$ です。

3　２進法の計算

例題 3

２進法で表された数のたし算をしなさい。

$111_{(2)} + 101_{(2)}$

解答【答え１】筆算をします。

①

$$\begin{array}{r} 111_{(2)} \\ +)\ 101_{(2)} \\ \hline 0_{(2)} \end{array}$$

→ 1 の位の 1 + 1 = 2　つまり，2 進法では 10 なので，0 を記して 1 がくり上がります。

②

$$\begin{array}{r} 1\phantom{1_{(2)}} \\ 111_{(2)} \\ +)\ 101_{(2)} \\ \hline 00_{(2)} \end{array}$$

→ 先ほどの繰り上がった 1 とさらに 1 を加えて 2 の位は 1 + 1 = 2
　つまり，2 進法では 10 なので，0 を記して 1 が繰り上がります。

③

$$\begin{array}{r} 11\phantom{1_{(2)}} \\ 111_{(2)} \\ +)\ 101_{(2)} \\ \hline 1100_{(2)} \end{array}$$

よって，$111_{(2)} + 101_{(2)} = 1100_{(2)}$

【答え２】

10 進法に直してから計算するのもアリです。

つまり $111_{(2)} = 4 + 2 + 1 = 7_{(10)}$

$101_{(2)} = 4 + 1 = 5_{(10)}$ なので，

このまま合計して $7_{(10)} + 5_{(10)} = 12_{(10)}$

この 12 を 2 進法に直して $1100_{(2)}$

$$
\begin{array}{r l}
2\underline{)\ 12} & \\
2\underline{)\ \ 6} & \cdots 0 \\
2\underline{)\ \ 3} & \cdots 0 \\
1 & \cdots 1
\end{array}
$$

練習 3

2 進法で表された数のたし算をしなさい

$110_{(2)} + 110_{(2)}$

解答 【答え１】

筆算をすると

$$
\begin{array}{r}
1\phantom{10_{(2)}} \\
110_{(2)} \\
+)\ 110_{(2)} \\
\hline
1100_{(2)}
\end{array}
$$

よって，$110_{(2)} + 110_{(2)} = 1100_{(2)}$

【答え２】

１０進法に直すと

つまり $110_{(2)} = 4 + 2 + 0 = 6_{(10)}$

ですから，このまま合計して $6_{(10)} + 6_{(10)} = 12_{(10)}$

この 12 を 2 進法に直して $1100_{(2)}$

例題４

２進法で表された数の　かけ算をしなさい。

$101_{(2)} \times 111_{(2)}$

解答 【答え１】

筆算をすると

$$
\begin{array}{r}
101_{(2)} \\
\times)\ 111_{(2)} \\
\hline
101_{(2)} \\
101_{(2)} \\
101_{(2)} \\
\hline
100011_{(2)}
\end{array}
$$

よって，$101_{(2)} \times 111_{(2)} = 100011_{(2)}$

（注）２進法では，$1_{(2)} + 1_{(2)} = 10_{(2)}$　です。

【答え２】

10 進法に直してから計算すると

$101_{(2)} = 5_{(10)}$

$111_{(2)} = 7_{(10)}$

よって，$5 \times 7 = 35$ なので，

$$
\begin{array}{rrl}
2 \,) & \underline{35} & \\
2 \,) & \underline{17} & \cdots 1 \\
2 \,) & \underline{8} & \cdots 1 \\
2 \,) & \underline{4} & \cdots 0 \\
2 \,) & \underline{2} & \cdots 0 \\
 & 1 & \cdots 0
\end{array}
$$

よって，$101_{(2)} \times 111_{(2)} = 100011_{(2)}$

練習4

２進法で表された数のかけ算をしなさい

$101_{(2)} \times 101_{(2)}$

解答 ここでは，10 進法に直して計算し，結果を 2 進法にしてみます。

$101_{(2)} = 5_{(10)}$

ですから

$101_{(2)} \times 101_{(2)} = 5_{(10)} \times 5_{(10)} = 25_{(10)}$

この 25 を 2 進法に直すと。

$$\begin{array}{r|l l} 2 & \underline{25} & \\ 2 & \underline{12} & \cdots 1 \\ 2 & \underline{\ 6} & \cdots 0 \\ 2 & \underline{\ 3} & \cdots 0 \\ & \ 1 & \cdots 1 \end{array}$$

よって，$25_{(10)} = 11001_{(2)}$ です。

ですから，$101_{(2)} \times 101_{(2)} = 11001_{(2)}$