# 数学I

第37回

# 仮説検定

講師

湯浅 弘一

## 1 仮説検定とは

仮説検定とは、ある仮説(主張したい内容)に対して、それが正しいか否かを、統計学的に検証する 手法のひとつです。

### 仮説検定の流れ

(1) ある仮説が正しいことを証明する為に仮説を2つ立てます。

「対立仮説」・・・主張したい仮説

「帰無仮説」・・・否定したい仮説

(2)「対立仮説」が正しいことを示すために , 「帰無仮説」が正しくないことを証明します。 すると , 「帰無仮説」は否定されます。これを「<mark>棄却する</mark>」といいます。

(3)「棄却する」ために必要な判断基準を、「有意水準」と呼びます。

起こる確率が偶然とは考えにくい、

つまり意味があると判断する基準となる確率です。

有意水準を下回ったら、「帰無仮説」は棄却されます。

そして「対立仮説」が正しいことが示されます。

#### 例 題

1 枚のコインを 1 0 回投げたところ、表が 1 回しか出なかった。 このコインは細工されていると言えるか?

#### 【解説】

- ①「対立仮説」は「コインは細工されている」
- ②「帰無仮説」は「コインは細工されていない」

②が正しくないことを証明し、棄却できるかどうかを確かめます。

有意水準を5%とします。

コインを10回投げて表の出る回数が1回以下となる確率は、次の式で表されます。

計算してみると、0.0107421875と求まりました。

これは、1.07421875%、つまり、約1%です。

ということは,有意水準5%を下回っているので,帰無仮説「コインは細工されていない」は棄却されました。

そして、対立仮説「コインは細工されている」が正しいことが示されました。

※一般的に有意水準は5%に設定されることが多いです。

5%以下の確率で起こる事象は、まれにしか起こらないことであり、何かしら意味がある(=有意である)と判断します。

また、有意水準を1%とする場合もあり、こちらは極めてまれにしか起らないことと判断します。

# やってみよう!

ある野球解説者に試合の勝敗を予想してもらったところ、6 試合連続で勝利チームを当てました。この場合、この解説者には本当に予想能力があるといえますか?

(試合の勝率は常に $\frac{1}{2}$ とし、有意水準を5%とします。)

## 【答え】

対立仮説が「この解説者には予想能力がある」

帰無仮説が「この解説者には予想能力がない」とします。

この帰無仮説「この解説者には予想能力がない」を検証し、棄却できるか考えます。

解説者に予想能力がなかった場合、各試合の勝利チームを当てる確率は、それぞれ $\frac{1}{2}$ なので、

6 試合連続で勝利チームを当てる確率は・・・

$$\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64} = 0.015625$$

つまり、6連続で勝利チームを当てる確率は、1.5625%ということになります。

有意水準は 5%なので,この確率 1.5625 %は,まれにしか起こらないことを示しています。

よって、「この解説者に予想能力はない」という帰無仮説は棄却されます。

これにより、対立仮説「この解説者には予想能力がある」が正しいことが示されました。

数学 [ 図 仮説検定

### コインを投げて10回中表の出るのが1回以下になる確率の求め方

「1回以下 | を「1回 | と「0回 | に分けて計算します。

$$\bigcirc 1 \square \cdots {}_{10}C_1 \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^9$$

まず、1回目に表が出て、2回目から10回目までずっと裏が出続けた場合の確率を考えてみましょう。

1回目に表が出る確率は、 $\frac{1}{2}$ です。

残りの9回裏が出る確率は、 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times$ 

この2つをかけ合わせると、 $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{9}$  · · · これが式の後半部分です。

それでは、式の前半の、 $_{10}\mathbb{C}_1$  は何をあらわしているのでしょうか? これは、「10回中1回だけコインの表が出る」場合が何通りあるかをあらわしています。

 $\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^9$  は1回目に表が出た場合の確率でした。

しかし、2回目以降に表が出る場合もあります。

1回目に表が出る 表裏裏裏裏裏裏裏裏裏

2回目に表が出る 裏表裏裏裏裏裏裏裏裏

3回目に表が出る 裏裏表裏裏裏裏裏裏裏

4回目に表が出る 裏裏裏表裏裏裏裏裏裏

5回目に表が出る 裏裏裏裏表裏裏裏裏裏

6回目に表が出る 裏裏裏裏裏裏裏裏裏裏

7回目に表が出る 裏裏裏裏裏裏裏裏裏

8回目に表が出る 裏裏裏裏裏裏裏裏裏裏

9回目に表が出る 裏裏裏裏裏裏裏裏表裏

10回目に表が出る 裏裏裏裏裏裏裏裏裏表

10通りありますね。つまり、 $_{10}$  $\mathbb{C}_1 = 10$  です。

よって、 $_{10}C_1\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^9$  を計算すると、

 $10 \times \frac{1}{2} = 0.009765625$ 

0.9765625%であることがわかります。

数学 [ 図 仮説検定

表が0回、ということは10回とも裏が出るということです。

10回目まですべて裏が出る確率は・・・

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

これを計算すると、0.0009765625

つまり、0.09765625%であることが分かります。

①と②を足すと 0.0107421875 つまり 1.07421875% およそ1%であることが分かりました。

