

不定積分 (1)

～ 不定積分の意味 ～

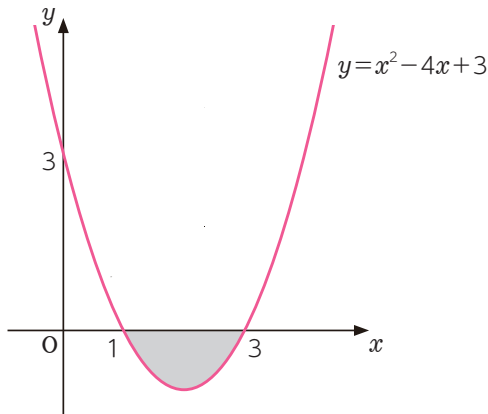
講師
川崎 宣昭

学習のポイント

ここでは、導関数からもとの関数を求めることを考えます。
今回は、不定積分の意味について学びます。

- ① 不定積分とは何か？
- ② 積分の意味
- ③ x^n の不定積分

下図のグレーの部分の面積が求められますか？



1 不定積分とは何か？

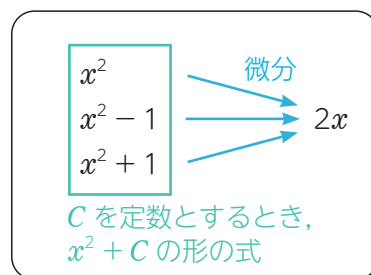
x^2 , $x^2 - 1$, $x^2 + 1$ を微分すると、

$$(x^2)' = 2x$$

$$(x^2 - 1)' = (x^2)' - (1)' = 2x - 0 = 2x$$

$$(x^2 + 1)' = (x^2)' + (1)' = 2x + 0 = 2x$$

他にも、微分して $2x$ になる関数は無数にあります。



$$(x^2 + C)' = (x^2)' + (C)' = 2x + 0 = 2x$$

C がどのような値の定数であっても、 $x^2 + C$ を微分すると $2x$ になります。

微分して $2x$ となるような式 $x^2 + C$ を $2x$ の みでいせきぶん 不定積分 といひ、

$$\int 2x dx = x^2 + C$$

と書きます。

「 \int 」はインテグラル（アルファベットの s を縦に長くした記号）と読みます。

積分する式を、このインテグラルと dx の間にはさみます。

（ s は外国語で和を表す先頭の文字、 dx は関数の x 軸方向の変化量という意味）

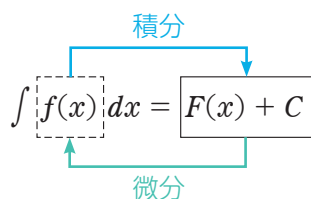
2 積分の意味

一般に、 $F'(x) = f(x)$ が成り立つとき、 $f(x)$ の不定積分は、

$$\int f(x)dx = F(x) + C \quad (C \text{ は定数})$$

と表されます。

定数 C を せきぶんていすう積分定数 といひ、 $f(x)$ の不定積分を求めることを、 $f(x)$ を せきぶん積分する といひます。



例 $(2x^2)' = 4x$ であるから、 $\int 4x dx = 2x^2 + C$

ここで、 $4x$ の不定積分が $2x^2 + C$ です。

解答 $4x$ を積分すると、 $2x^2 + C$ になります。

3 x^n の不定積分

x^n を微分すると、 $(x^n)' = nx^{n-1}$ となりました。

では、 x^n を積分すると・・・

$(x)' = 1$ より、 $\int 1 dx = x + C$ ← 1 を省略して $\int dx = x + C$

と書くことが多く、

1 はいちいち書きません！

$\left(\frac{x^2}{2}\right)' = x$ より、 $\int x dx = \frac{x^2}{2} + C$

$\left(\frac{x^3}{3}\right)' = x^2$ より、 $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$

なお、公式は以下の通りです。

x^n の不定積分

n が 0 または正の整数であるとき、

1 大きくする

↓

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$

← 同じ値

↑

1 大きくする

