第67回　第５章　微分と積分「微分係数と導関数」

微分係数 (2)

～ 微分係数の定義とその求め方 ～

講師
水谷 信也

微分係数の意味を理解し，その値を求めてみよう。

学習のポイント
① 微分係数とは？
② 微分係数の定義
③ 微分係数の値を求めてみよう！

1 微分係数とは？

【 a から b までの平均変化率 】

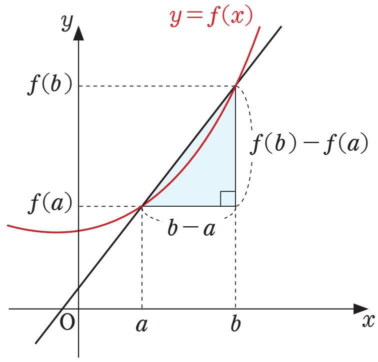
関数 $y=f(x)$ において，x の値が a から b まで変化するとき

x の変化量は　$b-a$

y の変化量は　$f(b)-f(a)$

ですから，平均変化率は次のようになります。

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$



この値は，曲線 $y=f(x)$ 上の２点 $(a,\ f(a))$，$(b,\ f(b))$ を通る直線の傾きに等しい。

ここで，b の値をどんどん a に近づけていくと，どうなるでしょうか。

曲線 $y=f(x)$ 上の $x=a$ における接線の傾きにならないでしょうか？

実は，この発想が微分の基本的な考え方です。

2 微分係数の定義

関数 $f(x)$ において，x の値が a から $a+h$ まで変化するときの平均変化率は

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

です。この式で，h を限りなく 0 に近づけたときの極限値

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

を関数 $f(x)$ の $x=a$ における微分係数（びぶんけいすう）といい，$f'(a)$ で表します。

微分係数

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

3 微分係数の値を求めてみよう！

例　関数 $f(x)=x^2$ において，微分係数 $f'(2)$ を求めてみましょう。

解答
$$f(2+h)-f(2)=(2+h)^2-2^2$$
$$=4+4h+h^2-4$$
$$=4h+h^2$$
$$=h(4+h)$$

よって，微分係数 $f'(2)$ は

$$f'(2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{h(4+h)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}(4+h)$$
$$=4$$

問 1　関数 $f(x)=2x^2$ において，次の微分係数を求めなさい。

(1)　$f'(2)$　　　(2)　$f'(-3)$

問・解答

(1)　$f(2+h)-f(2)=2\times(2+h)^2-2\times 2^2$
$$=2\times(4+4h+h^2)-2\times 2^2$$
$$=8+8h+2h^2-8$$
$$=8h+2h^2$$
$$=2h(4+h)$$

よって，微分係数 $f'(2)$ は

$$f'(2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{2h(4+h)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}2(4+h)$$
$$=8$$

(2)　$f(-3+h)-f(-3)=2\times(-3+h)^2-2\times(-3)^2$
$$=2\times(9-6h+h^2)-2\times(-3)^2$$
$$=18-12h+2h^2-18$$
$$=-12h+2h^2$$
$$=2h(-6+h)$$

よって，微分係数 $f'(-3)$ は

$$f'(-3)=\lim_{h\to 0}\frac{f(-3+h)-f(-3)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{2h(-6+h)}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}2(-6+h)$$
$$=-12$$