第 40 回　　第 3 章　三角関数「三角関数」

三角関数の相互関係 (2)
～ 三角関数の相互関係の利用 ～

講師
矢作 裕滋

三角関数の相互関係を利用して，一般角θの$\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$をもう一度求めてみましょう。

学習のポイント
① 三角関数の相互関係の特徴
② 角の象限と三角関数の値の符号
③ 三角関数の相互関係の公式を利用する注意点

1 三角関数の相互関係の特徴

(1) $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

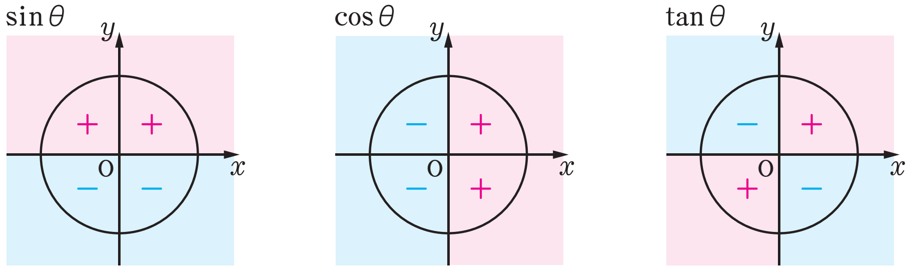
$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ の両辺を $\cos^2\theta$ でわると

$\dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}+1=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より，$\tan^2\theta+1=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

この等式も相互関係の 1 つである。

(3) $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$

2 単位円と動径による三角関数の定義



3 三角関数の相互関係

例　(1) θ が第3象限の角で，$\sin\theta=-\dfrac{5}{13}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

(2) θ が第４象限の角で，$\tan\theta=-2$ のとき，$\cos\theta$，$\sin\theta$ の値を求めなさい。

解答　(1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ より

$$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(-\frac{5}{13}\right)^2=1-\frac{25}{169}=\frac{144}{169}$$

θ が第3象限の角であるから，$\cos\theta<0$

したがって，

$$\cos\theta=-\sqrt{\frac{144}{169}}=-\frac{12}{13}$$

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\left(-\frac{5}{13}\right)\div\left(-\frac{12}{13}\right)=\left(-\frac{5}{13}\right)\times\left(-\frac{13}{12}\right)=\frac{5}{12}$$

(2) $1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ より，$\dfrac{1}{1+\tan^2\theta}=\cos^2\theta$ であるから，

$$\cos^2\theta=\frac{1}{1+\tan^2\theta}=\frac{1}{1+(-2)^2}=\frac{1}{5}$$

θ が第４象限の角であるから，$\cos\theta>0$

したがって，

$$\cos\theta=\sqrt{\frac{1}{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin\theta=\tan\theta\cos\theta=-2\times\frac{1}{\sqrt{5}}=-\frac{2}{\sqrt{5}}$$