

直線上の点の座標 (2)

講師
水谷 信也

～ 数直線上の内分と外分 ～

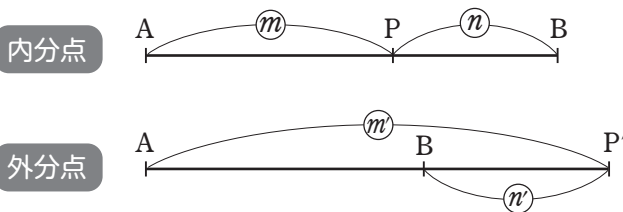
学習のポイント

内分点と外分点を学び、
実際に内分点や外分点の座標を求めてみよう。

- ① 内分点と外分点
- ② 内分点の座標とその求め方
- ③ 外分点の座標とその求め方

1 内分点と外分点

内分点は、線分 AB を内側で分ける点のことで、外分点は線分 AB を外側で分ける点のことです。



2 内分点の座標とその求め方

数直線上に2点 A(a), B(b) があるとき、線分 AB を 3:2 に内分する点 P の座標 x を求めてみよう。

a < b のとき、a < x < b であるから、

$$AP = x - a, \quad PB = b - x$$

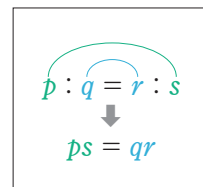
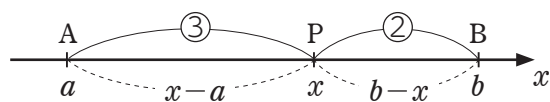
AP : PB = 3 : 2 より、

$$(x - a) : (b - x) = 3 : 2$$

$$2(x - a) = 3(b - x)$$

$$(3 + 2)x = 2a + 3b$$

$$x = \frac{2a + 3b}{3 + 2} = \frac{2a + 3b}{5}$$



a > b のときも同様です。一般に、次のことが成り立ちます。

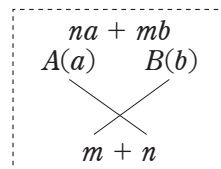
内分点の座標

2点 A(a), B(b) を結ぶ線分 AB を

$$m : n \text{ に内分する点 P の座標 } x \text{ は, } x = \frac{na + mb}{m + n}$$

$$\text{とくに, 線分 AB の中点 M の座標 } x \text{ は, } x = \frac{a + b}{2}$$

(中点は 1 : 1 に内分する点なので、m = n = 1 です。)

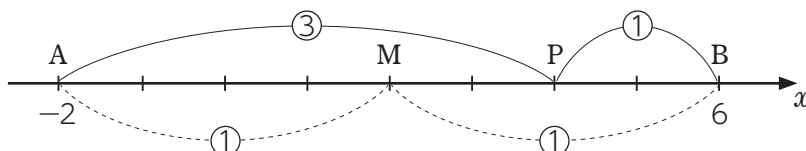


内分点の座標を求めてみましょう。

例 2点 $A(-2)$, $B(6)$ を結ぶ線分 AB を $3:1$ に内分する点 P の座標は、

$$x = \frac{1 \times (-2) + 3 \times 6}{3 + 1} = \frac{16}{4} = 4$$

中点 M の座標 x は、 $x = \frac{(-2) + 6}{2} = 2$

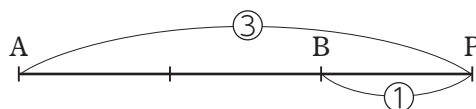


3 線分の外分

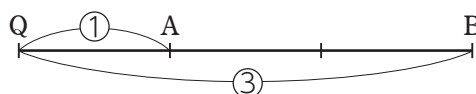
右の図のように、線分 AB の延長上に点 P があって、

$$AP : PB = 3 : 1$$

であるとき、点 P は線分 AB を $3:1$ に外分するという。



線分 AB を $1:3$ に外分する点 Q は右の図のようになる。



2点 $A(a)$, $B(b)$ を結ぶ線分 AB を $m:n$ に外分する点の座標 x は、内分と同様に求めると

$$x = \frac{-na + mb}{m - n} \quad \leftarrow \text{内分点の座標を求める式で } n \text{ を } -n \text{ におきかえたものになっている。}$$

となる。

例 2点 $A(1)$, $B(5)$ を結ぶ線分 AB を $3:1$ に外分する点 P の座標は、

$$x = \frac{-1 \times 1 + 3 \times 5}{3 - 1} = \frac{14}{2} = 7$$

