

3次の乗法公式と因数分解(1)

講師
矢作 裕滋

数学Ⅰでは、2次の乗法公式や因数分解について学びました。ここでは、3次の乗法公式について学びます。

学習のポイント

- ① $(a + b)^2$ と $(a - b)^2$ の復習
- ② $(a + b)^3$ と $(a - b)^3$ との展開
- ③ 乗法公式

1 $(a + b)^2$ と $(a - b)^2$ の復習

計算法則

A, B, C は整式とすると、次の法則が成り立ちます。

◎交換法則 $A + B = B + A$

$AB = BA$

◎結合法則 $(A + B) + C = A + B + C$

$(AB)C = A(BC)$

◎分配法則 $A(B + C) = AB + AC$

$(B + C)A = BA + CA$

$(a + b)^2$ の展開

$$\begin{aligned} &(a + b)^2 \\ &= (a + b)(a + b) \\ &= a(a + b) + b(a + b) \\ &= a^2 + ab + ba + b^2 \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$(a - b)^2$ の展開

$$\begin{aligned} &(a - b)^2 \\ &= (a - b)(a - b) \\ &= a(a - b) - b(a - b) \\ &= a^2 - ab - ba + b^2 \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$(a + b)(a + b)$  $a(a + b) = a^2 + ab$ $b(a + b) = ba + b^2$	$(a - b)(a - b)$  $a(a - b) = a^2 - ab$ $b(a - b) = ba - b^2$
--	--

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

② $(a + b)^3$ と $(a - b)^3$ の展開

$(a + b)^3$ の展開

$$\begin{aligned} &(a + b)^3 \\ &= (a + b)(a + b)^2 \\ &= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= a(a^2 + 2ab + b^2) + b(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= (a^3 + 2a^2b + ab^2) + (a^2b + 2ab^2 + b^3) \\ &= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{aligned}$$

$(a - b)^3$ の展開

$$\begin{aligned} &(a - b)^3 \\ &= (a - b)(a - b)^2 \\ &= (a - b)(a^2 - 2ab + b^2) \\ &= a(a^2 - 2ab + b^2) - b(a^2 - 2ab + b^2) \\ &= (a^3 - 2a^2b + ab^2) - (a^2b - 2ab^2 + b^3) \\ &= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{aligned}$$

$$(a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$a(a + b)^2 = a(a^2 + 2ab + b^2) = a^3 + 2a^2b + ab^2$$

$$b(a + b)^2 = b(a^2 + 2ab + b^2) = a^2b + 2ab^2 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 - 2ab + b^2)$$

$$a(a - b)^2 = a(a^2 - 2ab + b^2) = a^3 - 2a^2b + ab^2$$

$$b(a - b)^2 = b(a^2 - 2ab + b^2) = a^2b - 2ab^2 + b^3$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

③ 乗法公式

$(x + 2)^3$ の展開

$$\begin{aligned} (\color{red}{\bullet} + \color{blue}{\square})^3 &= \color{red}{\bullet}^3 + 3 \times \color{red}{\bullet}^2 \times \color{blue}{\square} + 3 \times \color{red}{\bullet} \times \color{blue}{\square}^2 + \color{blue}{\square}^3 \\ (x + 2)^3 &= x^3 + 3 \times x^2 \times 2 + 3 \times x \times 2^2 + 2^3 \\ &= x^3 + 6x^2 + 12x + 8 \end{aligned}$$

$(3x - y)^3$ の展開

$$\begin{aligned} (\color{red}{\bullet} - \color{blue}{\square})^3 &= \color{red}{\bullet}^3 - 3 \times \color{red}{\bullet}^2 \times \color{blue}{\square} + 3 \times \color{red}{\bullet} \times \color{blue}{\square}^2 - \color{blue}{\square}^3 \\ (3x - y)^3 &= (3x)^3 - 3 \times (3x)^2 \times y + 3 \times (3x) \times y^2 - y^3 \\ &= 27x^3 - 27x^2y + 9xy^2 - y^3 \end{aligned}$$

3x などの多項式の
2乗になるときには、
()をつけよう！