

定積分 (1)

定積分の意味

講師

矢作 裕滋

学習のポイント

関数 $f(x)$ の不定積分 $F(x)$ の $x = a$ から $x = b$ までの変化量 $F(b) - F(a)$ について学びます。

- ① 不定積分から定積分へ
- ② 定積分の下端と上端
- ③ 簡単な定積分の計算

不定積分から定積分へ

関数 $f(x) = 3x^2$ に対し, $F(x) = \int 3x^2 dx = x^3 + C$

ここで $F(2) - F(1)$ を求めてみると

$$F(2) - F(1) = (2^3 + C) - (1^3 + C) = 7 \quad \leftarrow \text{積分定数 } C \text{ に無関係な値}$$

一般に, 関数 $f(x)$ の不定積分を $F(x)$ とするとき,
 $F(b) - F(a)$ を, $f(x)$ の a から b までの定積分という。

定積分の下端と上端

$f(x)$ の a から b までの定積分は, $\int_a^b f(x) dx$ で表す。

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

定積分

$F'(x) = f(x)$ のとき

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

簡単な定積分の計算

例

$$(1) \int_1^4 2x \, dx = [x^2]_1^4 = 4^2 - 1^2 = 15$$

$$(2) \int_{-1}^1 x^2 \, dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_{-1}^1 = \frac{1^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3} = \frac{2}{3}$$

↑

$$\left[\frac{x^3}{3} \right]_{-1}^1 = \frac{1}{3} [x^3]_{-1}^1$$

と計算してもよい。

問

次の定積分を求めなさい。

(1) $\int_0^3 4x \, dx$

(2) $\int_1^4 3 \, dx$

(3) $\int_{-2}^1 2x^2 \, dx$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(3) $9 = \frac{3}{18} = \frac{3}{16} + \frac{3}{2} = 2 \times \frac{3}{2} - 1 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \left[x^3 \right]_{-1}^1 = \frac{3}{2} [x^3]_{-1}^1$

(2) $9 = 3 - 3 = 3 \times 4 - 3 \times 1 = 12 - 3 = 9$

(1) $18 = 2 \times 3^2 - 2 \times 0^2 = 2 \times 3^2 [x^3]_{-2}^0 = 2 \times 3^2 [x^3]_{-2}^0$

長瀬・留