第70回　第5章　微分と積分　[微分係数と導関数]

導関数(3)

導関数の計算

講師
矢作 裕滋

微分係数を簡単に求める方法について学ぼう。

学習のポイント

① 導関数の公式
② 公式を用いて導関数を求める方法
③ 導関数を利用した微分係数の計算

導関数の公式

一般に次の公式が成り立つ。

導関数の公式

$$\{kf(x)\}' = kf'(x) \qquad (k\text{は定数})$$
$$\{f(x)+g(x)\}' = f'(x)+g'(x)$$
$$\{f(x)-g(x)\}' = f'(x)-g'(x)$$

公式を用いて導関数を求める方法

例　関数 $y=x^3-2x^2-3$ を微分してみよう。

解答

$$\begin{aligned} y' &= (x^3-2x^2-3)' \\ &= (x^3)'-(2x^2)'-(3)' \\ &= (x^3)'-2(x^2)'-(3)' \\ &= 3x^2-2\times 2x-0 \\ &= 3x^2-4x \end{aligned}$$

! ×　$(x^3-2x^2-3)'$
$= 3x^2-4x\underline{-3}$

$(3)'=0$であることに注意する。

問1　次の関数を微分しなさい。

(1) $y=3x+2$　　(2) $y=x^2-4x+3$

(3) $y=2x^3-5x^2$　　(4) $y=-2x^3+3x^2-4x+3$

例　関数 $y=(x-1)(2x+3)$ を微分しなさい。

解答　$y=(x-1)(2x+3)=2x^2+x-3$ であるから　▶まず展開する。

$$\begin{aligned} y' &= (2x^2+x-3)' \\ &= (2x^2)'+(x)'-(3)' \\ &= 2(x^2)'+(x)'-(3)' \\ &= 2\times 2x+1-0 \\ &= 4x+1 \end{aligned}$$

問2　次の関数を微分しなさい。

(1) $y=x(3x-1)$　(2) $y=(x+1)(x-2)$

(3) $y=(2x+1)^2$　(4) $y=(x^2+1)(2x-1)$

導関数を利用した微分係数の計算

微分係数 $f'(a)$ を求めるには，導関数 $f'(x)$ の x に a を代入すればよい。

例　関数 $f(x)=x^2+x-2$ について，$x=-3$ における微分係数 $f'(-3)$ を求めてみよう。

解答　$f(x)$ を微分すると　$f'(x)=2x+1$

よって　$f'(-3)=2\times(-3)+1=-5$

▶**微分係数の求め方**

$f(x)$　(関数)

⬇ 微分する

$f'(x)$　(導関数)

⬇ $x=a$ を代入

$f'(a)$　(微分係数)

問3　関数 $f(x)=3x^2-2x+3$ について，$x=-2$，$x=1$ における微分係数をそれぞれ求めなさい。

問1・解答

(1) $y'=3$　(2) $y'=2x-4$

(3) $y'=6x^2-10x$　(4) $y'=-6x^2+6x-4$

問2・解答

(1) $y'=6x-1$　(2) $y'=2x-1$

(3) $y'=8x+4$　(4) $y'=6x^2-2x+2$

問3・解答

$f(x)$ を微分すると，$f'(x)=6x-2$

よって，$f'(-2)=6\times(-2)-2=-14$

$f'(1)=6\times 1-2=4$