第65回　第５章　微分と積分　[微分係数と導関数]

平均変化率

関数と平均変化率

講師
矢作 裕滋

関数$y=f(x)$において，xの変化量に対するyの変化量の割合について学びます。

学習のポイント
① 関数を表す記号
② 平均変化率
③ 平均変化率の求め方

関数を表す記号

$y=2x+1$，$y=x^2$のように，yがxの関数であることを$y=f(x)$のように表す。
関数$y=f(x)$において，$f(x)$の式に$x=a$を代入して得られるyの値を$f(a)$で表す。

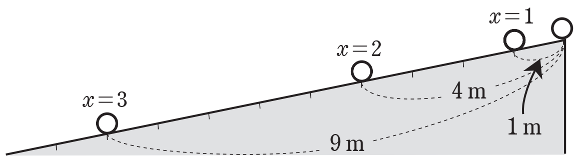
例1　関数$f(x)=x^2+2x$において，
$f(3)=3^2+2\times3=15$
$f(-1)=(-1)^2+2\times(-1)=-1$

! ✕　$f(-1)$
$=\underline{-1}^2+2\times(-1)$
-1に(　)をつけるのを忘れないように注意しよう。

問1　関数$f(x)=x^2-3x$において，次の値を求めなさい。
(1) $f(1)$　(2) $f(2)$　(3) $f(-1)$　(4) $f(-2)$

平均変化率

斜面を転がる球の速さは，時刻とともに変化する。ある斜面では，球が転がり始めてからの時間x秒と，転がった距離ymとの間に$y=x^2$の関係が成り立っている。



この運動で，球が転がり始めて
1秒後から2秒後までの平均の速さは

$$\frac{2^2-1^2}{2-1}=3\ (\text{m/s})$$

2秒後から3秒後までの平均の速さは

$$\frac{3^2-2^2}{3-2}=5\ (\text{m/s})$$　である。

▶ 平均の速さ $=\dfrac{\text{距離}}{\text{時間}}$

▶ 3m/sは秒速3mを表している。

一般に，関数$y=f(x)$において，xの値がaからbまで変化するとき

xの変化量は　$b-a$

yの変化量は　$f(b)-f(a)$

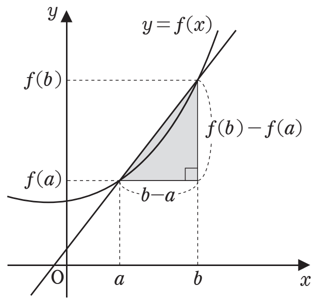
である。

このとき，

$$\frac{y\text{の変化量}}{x\text{の変化量}}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

を，xの値がaからbまで変化するときの，関数$f(x)$の**平均変化率**（へいきんへんかりつ）という。

この値は，曲線$y=f(x)$上の2点$(a,\ f(a))$，$(b,\ f(b))$を通る直線の傾きに等しい。

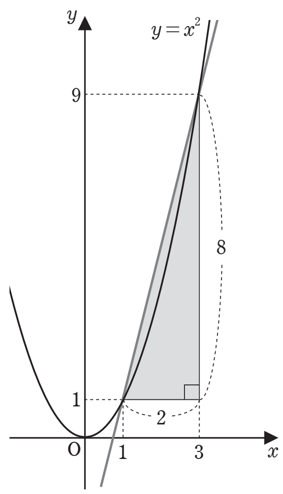


問2　前ページの斜面を転がる球の運動で，球が転がり始めて2秒後から4秒後までの平均の速さを求めなさい。

平均変化率の求め方

例2　関数$f(x)=x^2$において，xの値が1から3まで変化するときの平均変化率は

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{3^2-1^2}{3-1}$$
$$=\frac{8}{2}$$
$$=4$$



問3　関数$f(x)=2x^2$において，xの値が次のように変化するときの平均変化率を求めなさい。

(1)　1から3まで

(2)　3から4まで

(3)　−2から6まで

問1・解答

(1)　−2　　(2)　−2　　(3)　4　　(4)　10

問2・解答

$$\frac{4^2-2^2}{4-2}=6\ \text{(m/s)}$$

問3・解答

(1)　8　　(2)　14　　(3)　8