

常用対数 (2)

桁数

講師
水谷信也

学習のポイント

10 を底とする対数の値を調べます。さらに、その対数の値を用いて、指数の形で表された整数の桁数を調べます。

- ① 整数の桁数
 - ② 10^n は何桁?
 - ③ 常用対数と整数の桁数
-

整数の桁数

5	1 桁
783	3 桁
4381	4 桁
12345	5 桁

10^n は何桁?

$1 < 5 < 10 \longrightarrow 10^0 < 5 \text{ (1桁)} < 10^1$
 $100 < 783 < 1000 \longrightarrow 10^2 < 783 \text{ (3桁)} < 10^3$
 $1000 < 4381 < 10000 \longrightarrow 10^3 < 4381 \text{ (4桁)} < 10^4$
 $10000 < 12345 < 100000 \longrightarrow 10^4 < 12345 \text{ (5桁)} < 10^5$

常用対数と整数の桁数

- $10^0 (=1)$ 以上 $10^1 (=10)$ 未満の整数 \Leftrightarrow 1桁
- $10^1 (=10)$ 以上 $10^2 (=100)$ 未満の整数 \Leftrightarrow 2桁
- $10^2 (=100)$ 以上 $10^3 (=1000)$ 未満の整数 \Leftrightarrow 3桁
- $10^3 (=1000)$ 以上 $10^4 (=10000)$ 未満の整数 \Leftrightarrow 4桁
- $10^4 (=10000)$ 以上 $10^5 (=100000)$ 未満の整数 \Leftrightarrow 5桁

一般に, n 桁の正の整数 $M \Leftrightarrow 10^{n-1} \leq M < 10^n$

例 2^{30} は何桁の整数ですか。ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

解答 $\log_{10} 2 = 0.3010$ より, 指数の形にして,

$$2 = 10^{0.3010}$$

したがって,

$$\begin{aligned} 2^{30} &= (10^{0.3010})^{30} \\ &= 10^{0.3010 \times 30} \\ &= 10^{9.03} \end{aligned}$$

← 指数法則を利用する。

$$10^9 < 10^{9.03} < 10^{10}$$

$10^9 < 2^{30} < 10^{10}$ となるので, 2^{30} は 10 桁の整数である。

問 3^{20} は何桁の整数ですか。ただし, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

問・解答

$\log_{10} 3 = 0.4771$ より, 指数の形にして,

$$3 = 10^{0.4771}$$

したがって,

$$3^{20} = (10^{0.4771})^{20}$$

$$= 10^{0.4771 \times 20}$$

$$= 10^{9.542}$$

$$10^9 < 10^{9.542} < 10^{10}$$

$$10^9 < 3^{20} < 10^{10}$$

となるので, 3^{20} は 10 桁の整数である。