

## 対数関数とそのグラフ (2)

講師

水谷信也

$y = \log_{\frac{1}{2}}x$  のグラフ

### 学習のポイント

今回は、前回の学習を踏まえて、 $y = \log_{\frac{1}{2}}x$  のグラフを学習します。また、対数関数のグラフの性質を利用して対数の値の大小を比べる学習を行います。

- ①  $y = \log_{\frac{1}{2}}x$  のグラフ
  - ②  $y = \log_{\frac{1}{2}}x$  のグラフの特徴
  - ③ 対数の大小を調べるには？
- .....

### $y = \log_{\frac{1}{2}}x$ のグラフ

$y = \log_{\frac{1}{2}}x$  のグラフをかくために、 $x > 0$  のいろいろな値を与えて  $y$  の値を求めて表にまとめてみよう。

$x$  にいろいろな値を与えて、 $y$  の値を計算してみる。

$$x = \frac{1}{8} \rightarrow y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = \log_{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2} \right)^3$$

$$= 3 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 3$$

$$x = \frac{1}{4} \rightarrow y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = \log_{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2} \right)^2$$

$$= 2 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 2$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow y = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$$

$$x = 1 \rightarrow y = \log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$$

$$x = 2 \rightarrow y = \log_{\frac{1}{2}} 2 = \log_{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2} \right)^{-1}$$

$$= -\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = -1$$

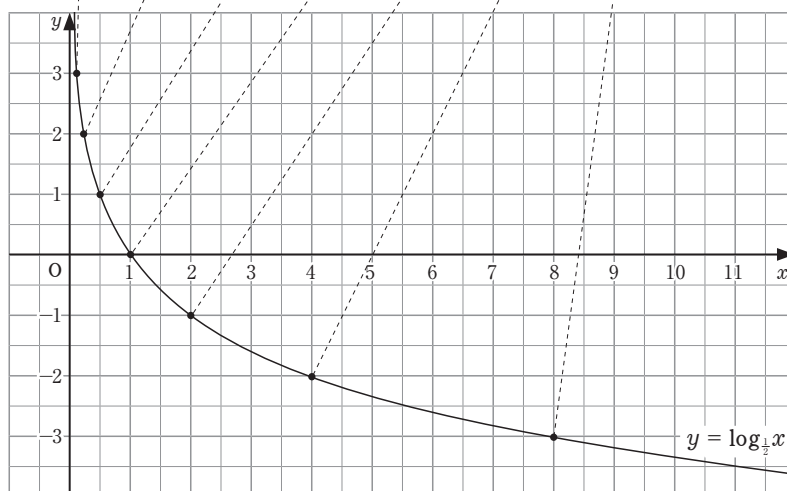
$$x = 4 \rightarrow y = \log_{\frac{1}{2}} 4 = \log_{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2} \right)^{-2}$$

$$= -2 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = -2$$

$$x = 8 \rightarrow y = \log_{\frac{1}{2}} 8 = \log_{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{2} \right)^{-3}$$

$$= -3 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = -3$$

$x$	...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...
$y = \log_{\frac{1}{2}}x$	...	3	2	1	0	-1	-2	-3	...



$x$	...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...
$y = \log_{\frac{1}{2}}x$	...	3	2	1	0	-1	-2	-3	...

↑ 前回学んだ  $y = \log_2 x$  と比べると、  
 $y$  の符号がすべて逆になっている！

$x$	...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...
$y = \log_2 x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...

### $y = \log_{\frac{1}{2}}x$ のグラフの特徴

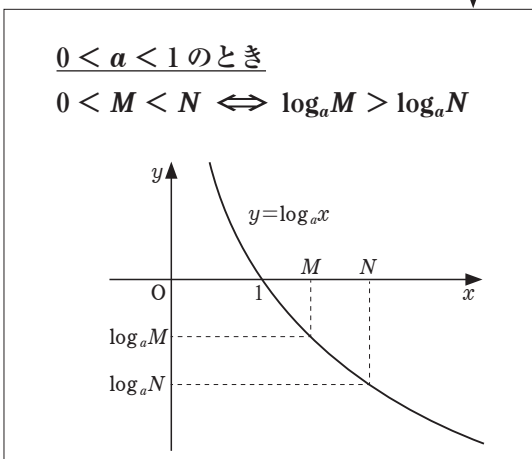
【 $y = \log_{\frac{1}{2}}x$  のグラフ】

- [1] 2点  $(1, 0)$ ,  $(\frac{1}{2}, 1)$  を通る。
- [2]  $x > 0$  の範囲にある。(y 軸よりも右側にある.)
- [3] y 軸を漸近線とする。
- [4]  $x$  が増加すると  $y$  は減少する。

底の値が0よりも大きく、1よりも小さい対数関数のグラフの特徴は、次のようにまとめられる。

【 $y = \log_a x$  ( $0 < a < 1$ ) のグラフ】

- [1] 2点  $(1, 0)$ ,  $(a, 1)$  を通る。
- [2]  $x > 0$  の範囲にある。(y 軸よりも右側にある)
- [3] y 軸を漸近線とする。
- [4]  $x$  が増加すると  $y$  は減少する。.....



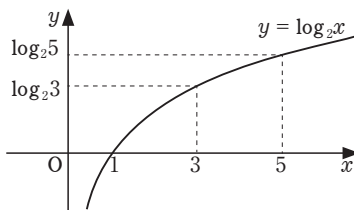
対数の大小を調べるには？

例

(1)  $\log_2 3$ ,  $\log_2 5$  の大小を調べてみよう。

底が1よりも大きいならば、真数が大きいほど対数の値も大きい。

底 :  $2 > 1$   
 真数 :  $3 < 5$   
 よって、 $\log_2 3 < \log_2 5$



(2)  $\log_{\frac{1}{2}} 3$ ,  $\log_{\frac{1}{2}} 5$  の大小を調べてみよう。

底が0と1の間の数ならば、真数が大きいほど対数の値は小さい。

底 :  $0 < \frac{1}{2} < 1$   
 真数 :  $3 < 5$   
 よって、 $\log_{\frac{1}{2}} 3 > \log_{\frac{1}{2}} 5$

