

対数関数とそのグラフ (1)

講師

水谷信也

$y = \log_2 x$ のグラフ

学習のポイント

「対数関数とそのグラフ」では、 $y = \log_2 x$ や $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ のような関数のグラフについて学びます。さらに、この関数のグラフの性質を利用して対数の大小を調べます。

- ① 対数関数とは何か？
- ② $y = \log_2 x$ のグラフ
- ③ $y = \log_a x (a > 1)$ のグラフの特徴

対数関数とは何か？

x を正の数、 a を1以外の正の数とするとき、

$$y = \log_a x$$

で表される関数を、 a を底とする x の対数関数という。

$y = \log_2 x$ のグラフ

$y = \log_2 x$ のグラフをかくために、 $x > 0$ のいろいろな値に対する y の値を求めてみよう。

まず、 x にいろいろな値を与えて、 y の値を計算してみる。

$$x = \frac{1}{8} \rightarrow y = \log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3} = -3 \log_2 2 = -3$$

$$x = \frac{1}{4} \rightarrow y = \log_2 \frac{1}{4} = \log_2 2^{-2} = -2 \log_2 2 = -2$$

$$x = \frac{1}{2} \rightarrow y = \log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -\log_2 2 = -1$$

$$x = 1 \rightarrow y = \log_2 1 = 0$$

$$x = 2 \rightarrow y = \log_2 2 = 1$$

$$x = 4 \rightarrow y = \log_2 4 = \log_2 2^2 = 2 \log_2 2 = 2$$

$$x = 8 \rightarrow y = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3 \log_2 2 = 3$$

$$\begin{aligned} x = \sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ について,} \\ y = \log_2 x \text{ の値を求めてみると} \\ y = \log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} \\ = \frac{1}{2} \log_2 2 = \frac{1}{2} \\ y = \log_2 \frac{\sqrt{2}}{4} \\ = \log_2 \sqrt{2} - \log_2 4 \\ = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

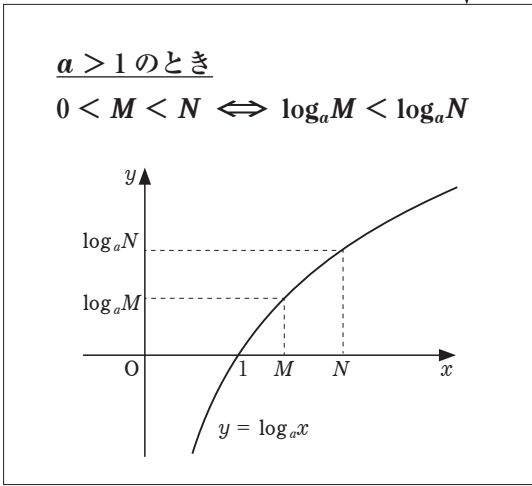
これを元にして表をつくると、次頁のようになる。



底の値が1よりも大きい対数関数のグラフの特徴は、次のようにまとめられる。

【 $y = \log_a x (a > 1)$ のグラフ】

- [1] 2点 $(1, 0)$, $(a, 1)$ を通る。
- [2] $x > 0$ の範囲にある。(y 軸よりも右側にある)
- [3] y 軸を漸近線とする。
- [4] x が増加すると y も増加する。.....



一般に、対数関数 $y = \log_a x$ のグラフは、指数関数 $y = a^x$ のグラフと直線 $y = x$ に関して対称である。

