

対数の性質 (2)

対数の差の計算と累乗の指数の処理

講師
水谷信也

学習のポイント

対数の残りの性質として、対数の差(ひき算)の計算方法から学習します。

- ① $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$
- ② $\log_a M^k = k \log_a M$
- ③ 対数の差は真数の商・累乗の指数の処理

【対数の性質】

a を 1 以外の正の数とするとき

$$\log_a 1 = 0, \log_a a = 1$$

$$[1] \log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

$$[2] \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$[3] \log_a M^k = k \log_a M$$

【公式の覚え方】

$$\log_a 1 = 0$$

↳ 真数が 1 の対数の値は 0

$$\log_a a = 1$$

↳ 同じ数の場合は対数の値は 1

$$[1] (\text{積の log}) = (\text{log の和})$$

$$[2] (\text{商の log}) = (\text{log の差})$$

$$[3] (k \text{ 乗の log}) = (\text{log の } k \text{ 倍})$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

例 $\log_5 14 - \log_5 2$ を計算しなさい。

$$\begin{aligned} \text{解答} \quad \log_5 14 - \log_5 2 &= \log_5 \frac{14}{2} \\ &= \log_5 7 \end{aligned}$$

$$\leftarrow \log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}$$

$\log_a M^k = k \log_a M$

例 次の計算をなさい

- (1) $\log_3 16$ (2) $\log_3 27$

解答 (1) $\log_3 16 = \log_3 2^4$
 $= 4 \log_3 2$

(2) $\log_3 27 = \log_3 3^3$
 $= 3 \log_3 3$
 $= 3 \times 1 = 3$

対数の差は真数の商・累乗の指数の処理

例 次の計算をなさい。

- (1) $\log_6 3 + \log_6 12$ (2) $\log_3 \sqrt{6} - \log_3 \sqrt{2}$

解答 (1) $\log_6 3 + \log_6 12 = \log_6 (3 \times 12)$
 $= \log_6 36$
 $= \log_6 6^2$
 $= 2 \log_6 6$
 $= 2 \times 1$
 $= 2$

(2) $\log_3 \sqrt{6} - \log_3 \sqrt{2} = \log_3 \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$
 $= \log_3 \sqrt{3}$
 $= \log_3 3^{\frac{1}{2}}$
 $= \frac{1}{2} \log_3 3$
 $= \frac{1}{2} \times 1$
 $= \frac{1}{2}$

問 次の計算をなさい

- (1) $\log_4 2 + \log_4 32$ (2) $\log_6 \frac{9}{2} + \log_6 8$
 (3) $\log_3 54 - \log_3 2$ (4) $\log_5 \sqrt{30} - \log_5 \sqrt{6}$

$\frac{2}{1} = 1 \times \frac{2}{1} = \log_5 \frac{2}{1} = \log_5 2$ $\frac{9}{1} = 1 \times \frac{9}{1} = \log_5 \frac{9}{1} = \log_5 9$ $\frac{30}{1} = 1 \times \frac{30}{1} = \log_5 \frac{30}{1} = \log_5 30$ <p style="text-align: right;">(4) $\log_5 \sqrt{30} - \log_5 \sqrt{6}$</p>	$3 = 1 \times 3 = \log_3 3$ $27 = 3 \times 3 \times 3 = \log_3 27$ $\frac{2}{54} = \log_3 \frac{2}{54}$ <p style="text-align: right;">(3) $\log_3 54 - \log_3 2$</p>	$2 = 1 \times 2 = \log_6 2$ $8 = 2 \times 2 \times 2 = \log_6 8$ $\left(8 \times \frac{2}{9} \right) = \log_6 8 + \log_6 \frac{2}{9}$ <p style="text-align: right;">(2) $\log_6 \frac{9}{2} + \log_6 8$</p> $3 = 1 \times 3 = \log_4 3$ $4 = 2 \times 2 = \log_4 4$ $32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \log_4 32$ <p style="text-align: right;">(1) $\log_4 2 + \log_4 32$</p>
--	---	--