

## 指数関数とそのグラフ (1)

講師

渡部儀隆

指数関数のグラフとその性質

学習のポイント

- $y = 2^x$  や  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  のような指数関数のグラフについて学ぼう。
- ①  $y = 2^x$  のグラフ
  - ②  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  のグラフ
  - ③  $y = a^x$  のグラフ

$a$  を 1 以外の正の数とするとき、

$$y = a^x$$

で表される関数を、 $a$  を底とする  $x$  の指数関数しすうかんすうという。

### $y = 2^x$ のグラフ

例 指数関数  $y = 2^x$  のグラフをかくために、 $x$  の値に対応する  $y$  の値を求めて表に表すと次のようになる。

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = 2^x$	...	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...

【確かめ】  $x = -3$  のとき、

$$y = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

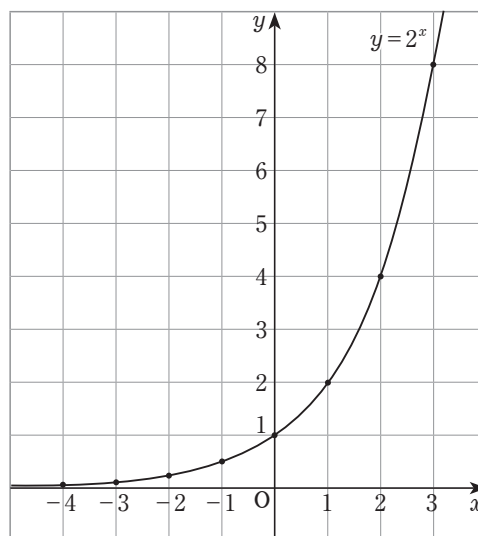
$$x = -2 \text{ のとき, } y = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$x = 0 \text{ のとき, } y = 2^0 = 1$$

$$x = 3 \text{ のとき, } y = 2^3 = 8$$

$y = 2^x$  のグラフをかくと、右図のような曲線になる。  
指数関数  $y = 2^x$  のグラフは、次の性質もっている。

- ① 2 点 (0, 1), (1, 2) を通る。
- ②  $y > 0$  の範囲にある。
- ③  $x$  軸を漸近線ぜんきんせんとする。
- ④  $x$  が増加すると  $y$  も増加する。



**$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  のグラフ**

例 指数関数  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  のグラフをかくために、 $x$  の値に対応する  $y$  の値を求めて

表に表すと次のようになる。

$x$	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	...	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	...

【確かめ】  $x = -3$  のとき、

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = (2^{-1})^{-3} = 2^3 = 8$$

$x = -2$  のとき、

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = (2^{-1})^{-2} = 2^2 = 4$$

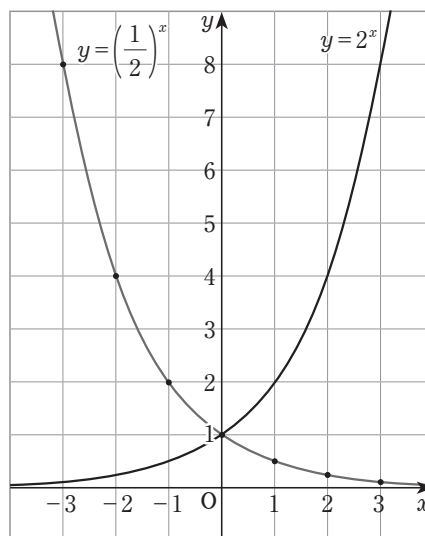
$x = 0$  のとき、 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$

$x = 2$  のとき、 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  のグラフをかくと、右図のような曲線になる。

グラフは、次の性質をもっている。

- ① 2点  $(0, 1)$ ,  $\left(1, \frac{1}{2}\right)$  を通る。
- ②  $y > 0$  の範囲にある。
- ③  $x$  軸を漸近線とする。
- ④  $x$  が増加すると  $y$  は減少する。



図からわかるように、関数  $y = 2^x$  のグラフと関数  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  のグラフは  $y$  軸に関して対称である。

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## $y = a^x$ のグラフ

一般に、指数関数  $y = a^x$  のグラフは、次の性質を持っている。

【指数関数  $y = a^x$  のグラフ】

- [1] 2点  $(0, 1)$ ,  $(1, a)$  を通る。
- [2]  $y > 0$  の範囲にある。
- [3]  $x$  軸を漸近線とする。
- [4]  $a > 1$  のとき、 $x$  が増加すると  $y$  も増加する。  
 $0 < a < 1$  のとき、 $x$  が増加すると  $y$  は減少する。