

累乗根 (1)

累乗根とその性質

講師
渡部儀隆

学習のポイント

3乗すると8になる数について考えてみましょう。また、3乗して2になる数と3乗して3になる数の積など、その計算がどうなっているかを調べます。

- ① 累乗根
- ② 累乗根の積と商
- ③ 累乗根の累乗

累乗根

2を3乗すると8になる。この数2を8の**3乗根**という。一般に n を正の整数とすると、 n 乗すると a になる数を a の **n 乗根**という。また、2乗根、3乗根、4乗根、…をまとめて**累乗根**という。とくに、2乗根を平方根、3乗根を立方根ともいう。

与えられた正の数 a に対して、3乗すると a になる正の数を $\sqrt[3]{a}$ で表す。

たとえば、 $\sqrt[3]{8} = 2$ である。

$\sqrt[3]{a}$ は、 a の3乗根である。

例 (1) $3^3 = 27$ であるから $\sqrt[3]{27} = 3$

(2) $6^3 = 216$ であるから $\sqrt[3]{216} = 6$

一般に、 n が正の整数で、 $a > 0$ のとき、 n 乗して a となる正の数を $\sqrt[n]{a}$ で表す。

$\sqrt[n]{a}$ は、ふつう \sqrt{a} と書く。

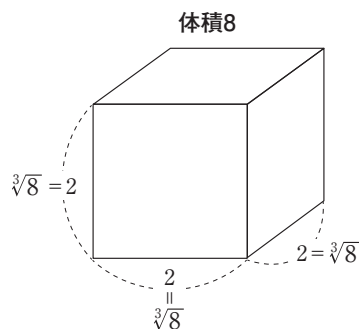
このとき、次のことが成り立つ。

$$(\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$\sqrt[n]{a^n} = a$$

例 (1) $(\sqrt[3]{5})^3 = 5$

(2) $\sqrt[3]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$



体積が8の立方体の1辺の長さは $\sqrt[3]{8}$ である。

参考

$$2 \overline{) 216}$$

$$2 \overline{) 108}$$

$$2 \overline{) 54}$$

$$3 \overline{) 27}$$

$$3 \overline{) 9}$$

$$3$$

累乗根の積と商

$a > 0, b > 0$ のとき, 平方根について次のことが成り立った。

$$\sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

たとえば, $\sqrt{5} \times \sqrt{3} = \sqrt{15}, \quad \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$

同様に, 次の公式が成り立つ。

【累乗根の積と商】

$a > 0, b > 0$ で, n が正の整数のとき

$$[1] \quad \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$[2] \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

問 次の計算をなさい。

(1) $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{7}$

(2) $\sqrt[4]{32} \div \sqrt[4]{2}$

累乗根の累乗

上記の公式 [1] を用いて, $\sqrt[4]{a}$ の 3 乗を計算してみよう。

$$\begin{aligned} (\sqrt[4]{a})^3 &= \sqrt[4]{a} \times \sqrt[4]{a} \times \sqrt[4]{a} \\ &= \sqrt[4]{a \times a \times a} \\ &= \sqrt[4]{a \times a \times a} = \sqrt[4]{a^3} \end{aligned}$$

一般に, 次の公式が成り立つ。

【累乗根の累乗】

$a > 0$ で, m, n が正の整数のとき

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

例 (1) $(\sqrt[3]{a})^3 = \sqrt[3]{a^3}$

(2) $(\sqrt[4]{25})^2 = \sqrt[4]{25^2} = \sqrt[4]{(5^2)^2} = \sqrt[4]{5^4} = 5$

$$(2) \quad \sqrt[4]{32} \div \sqrt[4]{2} = \frac{\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{2}} = \sqrt[4]{\frac{32}{2}} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

$$(1) \quad \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{5 \times 7} = \sqrt[3]{35}$$

見直し