

指数の拡張 (1)

0 や負の整数の指数

講師
渡部儀隆

学習のポイント

指数が正の整数のときの、累乗の計算について復習しよう。また、指数が0 や負の整数のときの累乗について学びましょう。

- ① 指数法則の復習
- ② 指数法則を用いた計算
- ③ 0 や負の整数の指数とは？

指数法則の復習

a を n 個かけ合わせたものを a の n 乗といい、 a^n で表す。

つまり、 $\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ 個}} = a^n$ である。

このとき、 n を a^n の指数しすうという。

とくに、 $a^1 = a$ である。また、 a, a^2, a^3, \dots をまとめて a の累乗るいじょうという。

一般に、 m, n が正の整数のとき、次の指数法則しすうほうそくが成り立つ。

【指数法則】

$$\textcircled{1} a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\textcircled{2} (a^m)^n = a^{mn}$$

$$\textcircled{3} (ab)^n = a^n b^n$$

指数法則を用いた計算

例

$$(1) a^3 \times a^5 = a^{3+5} = a^8$$

↑
指数法則①

$$(2) (a^4)^3 = a^{4 \times 3} = a^{12}$$

↑
指数法則②

$$(3) (a^2b)^4 = (a^2)^4 b^4 = a^{2 \times 4} b^4 = a^8 b^4$$

↑ ↑
指数法則③ 指数法則②

0 や負の整数の指数とは？

指数が0 や負の整数のときの累乗をどう定めるか考えてみよう。

たとえば、10, 100, 1000, 10000, ... は、

$10^1, 10^2, 10^3, 10^4, \dots$ のように 10^n の形で表される。

これらの数は、指数 n が1 増えるごとに10 倍になり、指数 n が1 減るごとに $\frac{1}{10}$ 倍になる。

この規則が、指数が0 や負の整数のときも成り立つように、

$10^0, 10^{-1}, 10^{-2}, \dots$ を次のように定める。

$$\begin{array}{l}
 \left(\begin{array}{l} 10000 = 10^4 \\ 1000 = 10^3 \\ 100 = 10^2 \\ 10 = 10^1 \\ 1 = 10^0 \end{array} \right) \\
 \left(\begin{array}{l} \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1} = 10^{-1} \\ \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2} \\ \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3} \end{array} \right)
 \end{array}$$

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑
↓
↑
↓
↑
↓
↑
↓

↑