第40回　第3章　三角関数　［三角関数］

三角関数の相互関係(2)

三角関数の相互関係の利用

講師
水谷信也

三角関数の相互関係を利用して，一般角 θ の $\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ をもう一度求めてみましょう。

学習のポイント

① 三角関数の相互関係の特徴
② 角の象限と三角関数の値の符号
③ 三角関数の相互関係の公式を利用する注意点

三角関数の相互関係の特徴

(1)　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

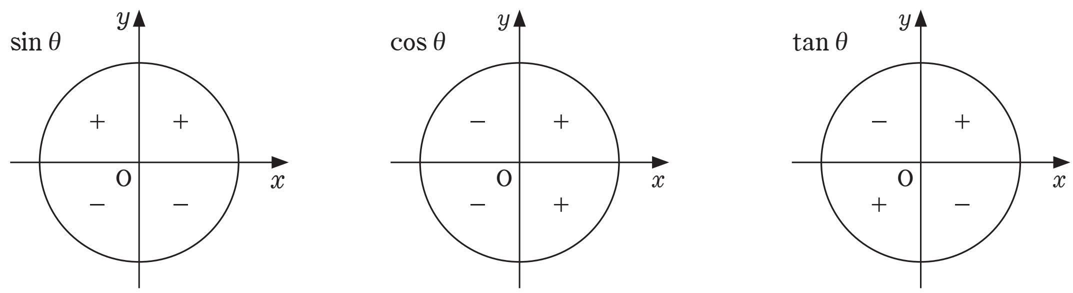
(2)　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ の両辺を $\cos^2\theta$ でわると

$$\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}+1=\frac{1}{\cos^2\theta}\ \text{より，}\ \tan^2\theta+1=\frac{1}{\cos^2\theta}$$

この等式も相互関係の1つである。

角の象限と三角関数の値の符号



三角関数の相互関係の公式を利用する注意点

問　(1)　θ が第3象限の角で，$\sin\theta=-\dfrac{5}{13}$ のとき，$\cos\theta$，$\tan\theta$ の値を求めなさい。

(2)　θ が第2象限の角で，$\tan\theta=-\dfrac{3}{4}$ のとき，$\cos\theta$，$\sin\theta$ の値を求めなさい。

解答

(1)　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ より

$$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\left(-\frac{5}{13}\right)^2=1-\frac{25}{169}=\frac{144}{169}$$

θ が第3象限の角であるから，$\cos\theta<0$

したがって、

$$\cos\theta=-\sqrt{\frac{144}{169}}$$

$$=-\frac{12}{13}$$

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\left(-\frac{5}{13}\right)\div\left(-\frac{12}{13}\right)=\left(-\frac{5}{13}\right)\times\left(-\frac{13}{12}\right)$$

$$=\frac{5}{12}$$

(2)　$$\frac{1}{\cos^2\theta}=\tan^2\theta+1=\left(-\frac{3}{4}\right)^2+1=\frac{9}{16}+1=\frac{25}{16}$$

したがって，$\cos^2\theta=\dfrac{16}{25}$

θ が第2象限の角であるから，$\cos\theta<0$

よって，

$$\cos\theta=-\sqrt{\frac{16}{25}}$$

$$=-\frac{4}{5}$$

$$\sin\theta=\cos\theta\tan\theta=-\frac{4}{5}\times\left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$=\frac{3}{5}$$