

## 2 直線の関係 (3)

### 2 直線の垂直

講師  
川崎宣昭

学習のポイント

平面上の2直線の関係について学びます。今回は、2直線が垂直になるための条件を学びます。

- ① 垂直な直線
- ② 傾きどうしの積が-1
- ③ 垂直な直線の方程式

### 垂直な直線

直線  $y=2x$  に垂直で、原点を通る直線の傾きを求めてみよう。

↓  
 $O(0, 0)$ ,  $A(1, 0)$ ,  $B(1, 2)$  とする。

↓  
 直線  $OB$  の方程式は、 $y=2x$  である。

↓  
 $\triangle OAB$  を、 $O$  を中心に  $90^\circ$  回転した三角形を  $\triangle OCD$  とする。

↓  
 直線  $OD$  は、 $y=2x$  に垂直である。

↓  
 $CD=2$ ,  $OC=1$  であり、直線  $OD$  の傾きは  $-\frac{1}{2}$  である。

↓  
 $(\text{直線 } OB \text{ の傾き}) \times (\text{直線 } OD \text{ の傾き}) = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

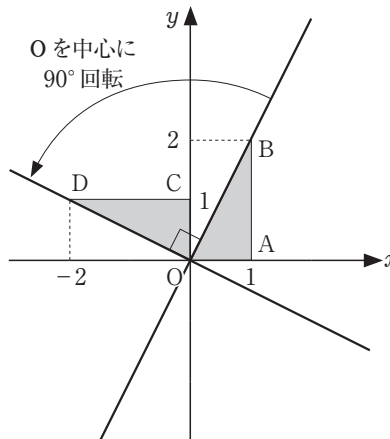
※ 2つの直線が垂直であれば、それぞれの直線の傾きの値をかけたときの値は-1である。

この性質は、原点を通らない直線についても成り立つ。

#### 【2直線の垂直】

2直線  $y = mx + n$ ,  $y = m'x + n'$  について、垂直になるのは、 $mm' = -1$  のときである。

←  $mm' = -1$  より、 $m = -\frac{1}{m'}$



### 傾きどうしの積が-1

■ 垂直な直線の傾きを求めるには？

直線  $y = 3x + 2$  に垂直な直線の傾きは、

$$3 \times m = -1 \text{ より, } m = -\frac{1}{3}$$

■ 2直線が垂直かどうかを調べるには？

2直線  $2x + y - 6 = 0$ ,  $x - 2y + 2 = 0$  が垂直であるかどうかを調べる。

直線  $2x + y - 6 = 0$

$\Rightarrow y = -2x + 6$  と変形できる。

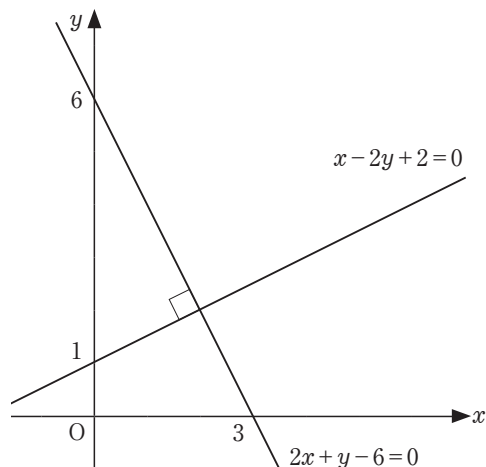
直線  $x - 2y + 2 = 0$

$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$  と変形できる。

これらの2直線の傾きの積は、

$$(-2) \times \frac{1}{2} = -1$$

よって、これらの2直線は垂直である。



### 垂直な直線の方程式

例 点(3, 1)を通り、直線  $y = -2x + 5$  に垂直な直線の方程式を求めなさい。

$y = -2x + 5$  の直線の傾きは  $-2$  である。

このことから、求める直線の傾きは、 $(-2) \times m = -1$  より、 $m = \frac{1}{2}$

したがって、

➔ 点(3, 1)を通り、傾きが  $\frac{1}{2}$  の直線の方程式を求めなさい。

という問題におき換えて考えることができる。

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

点( $x_1$ ,  $y_1$ )を通り、  
傾き  $m$  の直線の方程式は、  
 $y - y_1 = m(x - x_1)$

これより、

$$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \quad (\text{答})$$

