第22回　第2章　図形と方程式　[座標と直線の方程式]

直線の方程式 (1)

傾きと切片

講師　川﨑宣昭

直線を表す式について学び，傾きと直線上の点の座標から式を求められるようにします。

学習のポイント

① $y = mx + n$ で表される直線
② $ax + by + c = 0$ で表される直線
③ 1点を通り，傾きが m の直線の方程式

$y = mx + n$ で表される直線

■中学校で学習した1次関数

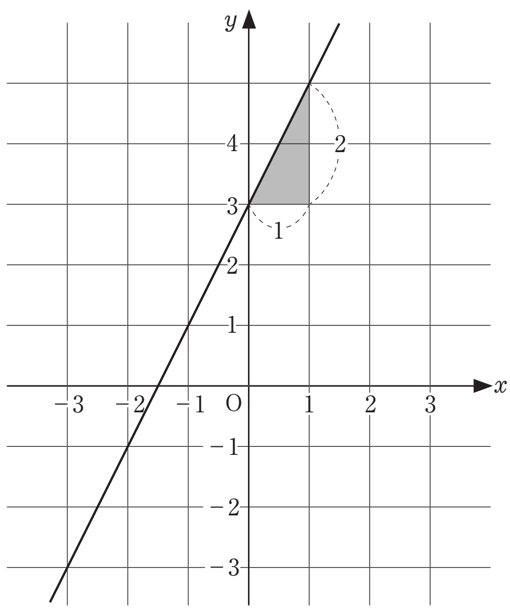
傾きが2で，切片（y 切片）が3である1次関数を表す式は，$y = 2x + 3$

●傾きが2とは？

⇒　x が1増加すると，y が2増加する。
右図のグレーの三角形を見ると，そのことがわかる。

●切片（y 切片）が3とは？

⇒　y 軸上の点 $(0,\ 3)$ を通っている。



【傾きが m で切片が n の1次関数を表す式】

> **傾きが m で切片が n の1次関数を表す式は，**
> $$y = mx + n$$

! 中学校では，x から y への1次関数を学習しました。x の値が決まると，それに対応する y の値が1通りに決まってくるという見方を学びましたね！。

■傾きと切片がわかっているときの直線の方程式

$y = 2x + 3$ の式を満たしている点 $(x,\ y)$ は，座標平面上で上図の直線を表している。また，上図の直線上のすべての点 $(x,\ y)$ は，$y = 2x + 3$ の式が成り立っている。このとき，$y = 2x + 3$ を上図の**直線の方程式**という。

[方程式という言葉]

ある特定の数値だけしか成立しない等式のことを方程式という。$y=2x+3$ の式は，どのような x や y の値でも成り立つ等式ではなく，$(x, y)=(-1, 1), (0, 3), (1, 5), \cdots$ などのように，上図の直線上にある点の座標だけで等号が成り立つ等式である。

したがって，$y = 2x + 3$ を上図の**直線の方程式**といういい方をする。

【傾きが m で切片が n の直線の方程式】

> 傾きが m で切片が n の**直線の方程式**は，
> $y = mx + n$

$ax + by + c = 0$ で表される直線

直線の方程式 $y = 2x + 3$ は，$2x - y + 3 = 0$ の形に変形することができる。
このように，直線の方程式は，$ax + by + c = 0$ の形で表すこともできる。

例

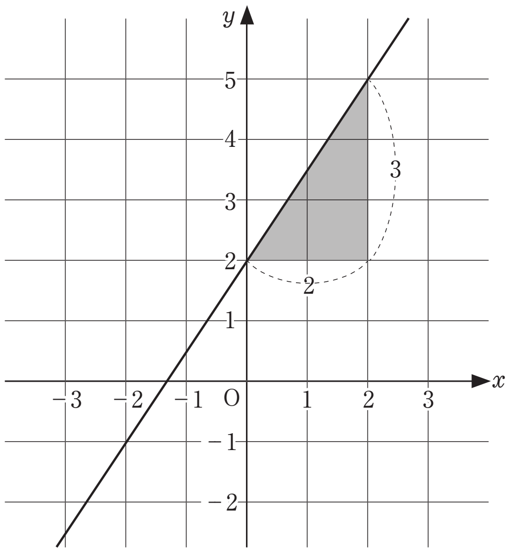
$3x - 2y + 4 = 0$ が表す直線の傾きと切片は，以下の方法で求めることができる。

$\Rightarrow$ $3x - 2y + 4 = 0$

$2y = 3x + 4$

$y = \dfrac{3}{2}x + 2$

したがって，$3x - 2y + 4 = 0$ は，傾きが $\dfrac{3}{2}$，切片が 2 の直線を表している。



1 点を通り，傾きが m の直線の方程式

例

点 A(1，3) を通り，傾きが 2 の直線の方程式を求めてみよう。

傾きが m で，切片が n の直線の方程式は，

$y = mx + n$

である。傾きが 2 であるから，

$y = 2x + n$ ……①

①が A(1，3) を通るから，

$x = 1$，$y = 3$ を①に代入すると，

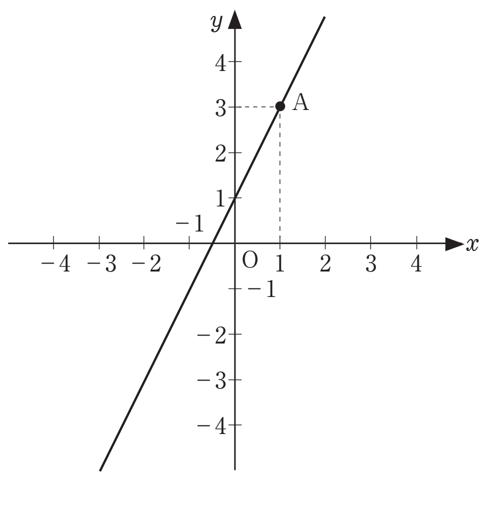
$3 = 2 \times 1 + n$ ……②

①，②の両辺のそれぞれの差をとると，

$y - 3 = 2(x - 1)$

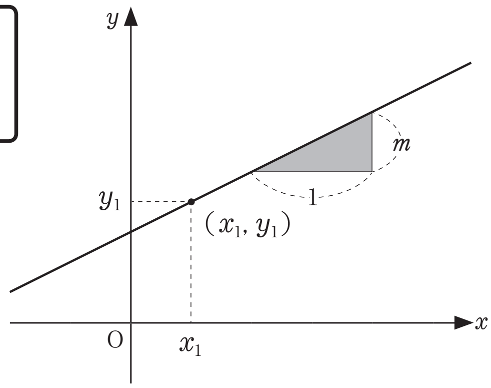
この式を整理すると，

$y = 2x + 1$ （答）



【1点を通り，傾きが m の直線】

> **点 $(x_1,\ y_1)$ を通り，傾き m の直線の方程式は，**
> $$y - y_1 = m(x - x_1)$$



例

点 A(3，1) を通り，傾きが − 2 の直線の方程式は，

$$\underset{y\text{座標}}{y - 1} = \underset{\text{傾き}}{-2}(x - \underset{x\text{座標}}{3})$$

展開して整理すると，$y = -2x + 7$　　（答）