

平面上の点の座標 (3)

講師

川崎宣昭

平面上の外分点・重心の座標

学習のポイント

平面上の外分点の座標、および三角形の重心の座標を求められるようにします。

- ① 平面上の外分点の座標
- ② 三角形の重心とは？
- ③ 三角形の重心の座標の求め方

平面上の外分点の座標

■内分点の座標の求め方

平面上において、2点A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)を結ぶ線分ABを $m:n$ に内分する点の座標は、

$$\left(\frac{nx_1 + mx_2}{m+n}, \frac{ny_1 + my_2}{m+n} \right)$$

■外分点の座標の求め方

平面上において、2点A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)を結ぶ線分ABを $m:n$ に外分する点の座標は、

$$\left(\frac{-nx_1 + mx_2}{m-n}, \frac{-ny_1 + my_2}{m-n} \right)$$

n を $-n$ におき換えただけの式！

例

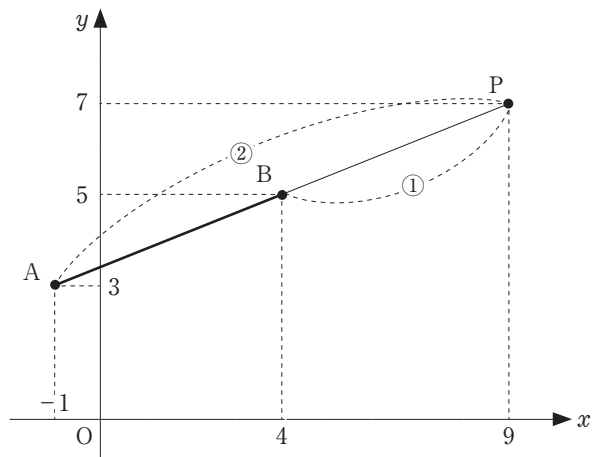
2点A(-1, 3), B(4, 5)を結ぶ線分ABを2:1に外分する点Pの座標を求めてみましょう。

⇒ $\left(\frac{-nx_1 + mx_2}{m-n}, \frac{-ny_1 + my_2}{m-n} \right)$ の式で、 $x_1 = -1, y_1 = 3, x_2 = 4, y_2 = 5, m = 2, n = 1$ として、

x座標は、 $x = \frac{-1 \times (-1) + 2 \times 4}{2 - 1} = 9$

y座標は、 $y = \frac{-1 \times 3 + 2 \times 5}{2 - 1} = 7$

よって、P(9, 7) (答)

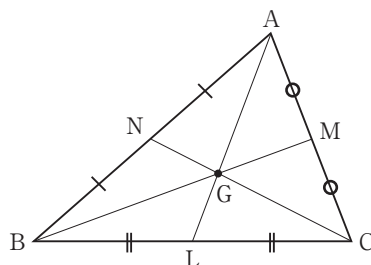


三角形の重心とは？

■中線

△ABCの各頂点と向かい合う辺の中点を結ぶ線分を中線という。

※ 右図の場合、AL、BM、CNが中線



■重心

右の図のように、△ABCの3本の中線は1点Gで交わり、この点を重心という。

△ABCの重心Gは3本の中線を2：1に内分する。

※ 右図の場合、AG：GL=2：1、BG：GM=2：1、CG：GN=2：1となる。

三角形の重心の座標の求め方

3点A(x₁, y₁), B(x₂, y₂), C(x₃, y₃)を頂点とする△ABCの重心Gの座標

辺BCの中点をMとする。

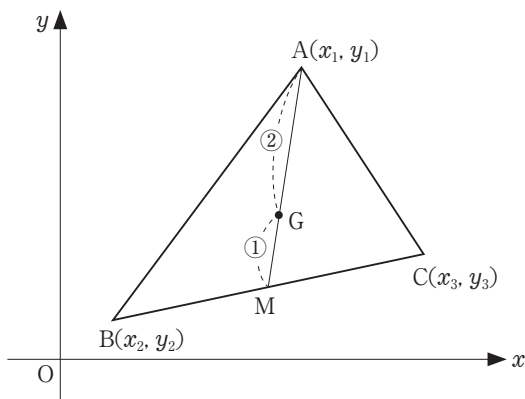
中点Mの座標は、 $\left(\frac{x_2+x_3}{2}, \frac{y_2+y_3}{2}\right)$

重心Gは中線AMを2：1に内分するから、点Gのx座標は、

$$\frac{1 \times x_1 + 2 \times \frac{x_2+x_3}{2}}{2+1} = \frac{x_1+x_2+x_3}{3}$$

同様にして、y座標は $\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$

以上から、重心Gの座標は、 $\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$



例

3点 A(2, 7), B(-4, -2), C(5, 4)を頂点とする△ABCの重心Gの座標

解答

Gのx座標は、 $x = \frac{2+(-4)+5}{3} = \frac{3}{3} = 1$

Gのy座標は、 $y = \frac{7+(-2)+4}{3} = \frac{9}{3} = 3$

よって、G(1, 3) (答)