数学Ⅱ

第18回　第2章　図形と方程式　[座標と直線の方程式]

直線上の点の座標 (2)

数直線上の内分と外分

講師
川﨑宣昭

線分の内分点や外分点の違いを理解し，それらの座標の求め方について学びます。

学習のポイント

① 内分点と外分点
② 内分点の座標とその求め方
③ 外分点の座標とその求め方

内分点と外分点

■内分点

下の図のように，線分 AB 上に点 P があって，AP : PB = $m : n$（$m > 0$, $n > 0$）のとき，点 P を線分 AB の**内分点**(ないぶんてん)という。

■外分点

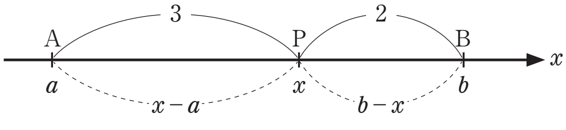
下の図のように，線分 AB の延長上に点 P があるときは，点 P を線分 AB の**外分点**(がいぶんてん)という。

●直線 AB 上に 3 点 A，B，P が A，B，P の順番に並んでいる場合の外分点。

●直線 AB 上に 3 点 A，B，P が，P，A，B の順番に並んでいる場合の外分点。

内分点の座標とその求め方

数直線上に 2 点 A(a)，B(b) があるとき，線分 AB を 3 : 2 に内分する点 P の座標 x を求める。



$a < b$ のとき，$a < x < b$ であるから，

$$\mathrm{AP} = x - a,\quad \mathrm{PB} = b - x$$

AP : PB = 3 : 2 より，

$$(x - a) : (b - x) = 3 : 2$$
$$2(x - a) = 3(b - x)$$
$$2x - 2a = 3b - 3x$$

$$p : q = r : s$$
$$\Downarrow$$
$$ps = qr$$

内側どうしの積と外側どうしの積の値が等しい。

$$(3+2)x = 2a + 3b$$

$$x = \frac{2a+3b}{3+2} = \frac{2a+3b}{5}$$

$a > b$ のときも同様に考えることができる。

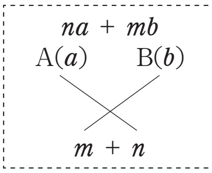
【内分点の座標】

2 点 A(a), B(b) を結ぶ線分 AB を

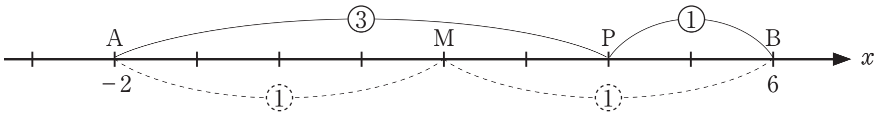
$m : n$ に内分する点 P の座標 x は, $x = \dfrac{na+mb}{m+n}$

とくに，線分 AB の中点 M の座標は, $x = \dfrac{a+b}{2}$

※ 中点は 1 : 1 に内分する点であるから, $m = n = 1$



例　2 点 A(−2)，B(6)を結ぶ線分 AB を 3 : 1 に内分する点を P，AB の中点をMとする。



点 P の座標 x は　$x = \dfrac{1\times(-2)+3\times6}{3+1} = \dfrac{16}{4} = 4$

中点 M の座標 x は　$x = \dfrac{(-2)+6}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$

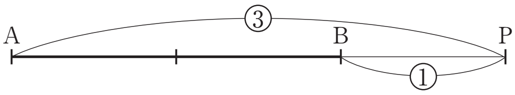
外分点の座標とその求め方

■ 3 : 1 に外分する点

下の図のように，線分 AB の延長上に点 P があって，

AP : PB = 3 : 1

であるとき，点Pは線分ABを3 : 1に**外分**(がいぶん)するという.

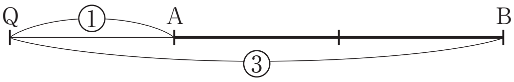


■ 1 : 3 に外分する点

下の図のように，線分 AB の延長上に点 Q があって，

AQ : QB = 1 : 3

であるとき，点Qは線分ABを1 : 3に**外分**(がいぶん)するという.



【外分点の座標】

2 点 A(a)，B(b) を結ぶ線分 AB を

m：n に外分する点 P の座標 x は，$x=\dfrac{-na+mb}{m-n}$

内分の公式で，n を $-n$ におきかえたものである。

$$\frac{(-n)a+mb}{m+(-n)}=\frac{-na+mb}{m-n}$$

例　2 点 A(1), B(5) を結ぶ線分 AB を 3：1 に外分する点 P の座標 x は，

$$x=\frac{-1\times1+3\times5}{3-1}=\frac{14}{2}=7$$