

整式の除法

講師
矢作裕滋

学習のポイント

整式の除法について学び、商や余りの間にとどのような関係が成り立つかを調べましょう。

- ① 数の除法
- ② 整式の除法
- ③ (わられる式) = (わる式) × (商) + (余り)

数の除法

数のわり算は、このあとに学ぶ整式のわり算の基本となる。

数のわり算

$$\begin{array}{r}
 25 \quad \cdots \cdots \text{商} \\
 11 \overline{) 279} \\
 \underline{22} \quad \leftarrow 11 \times 2 \\
 59 \\
 \underline{55} \quad \leftarrow 11 \times 5 \\
 4 \quad \cdots \cdots \text{余り}
 \end{array}$$

整式の除法

例1 $2x^2 + 7x + 9$ を $x + 1$ でわってみよう。

$$\begin{array}{r}
 2x + 5 \\
 x + 1 \overline{) 2x^2 + 7x + 9} \\
 \underline{2x^2 + 2x} \\
 5x + 9 \\
 \underline{5x + 5} \\
 4
 \end{array}$$

\leftarrow 次数の高い順にかく
 $\leftarrow (x + 1) \times 2x$
 $\leftarrow (x + 1) \times 5$
 \leftarrow わる式 $x + 1$ よりも次数が低く、これ以上計算を続けることができないから、これを余りとする。

したがって、このわり算の商は、 $2x + 5$ 、余りは4である。

【例2】 $(4x^3 + 3x - 1) \div (2x + 1)$ を計算してみよう。

$$\begin{array}{r}
 2x^2 - x + 2 \cdots\cdots\text{商} \\
 2x + 1 \overline{) 4x^3 \quad \square + 3x - 1} \\
 \underline{4x^3 + 2x^2} \quad \leftarrow (2x + 1) \times 2x^2 \\
 -2x^2 + 3x \quad \leftarrow (2x + 1) \times (-x) \\
 \underline{-2x^2 - x} \\
 4x - 1 \\
 \underline{4x + 2} \quad \leftarrow (2x + 1) \times 2 \\
 -3 \quad \cdots\cdots\text{余り}
 \end{array}$$

したがって、商は $2x^2 - x + 2$ 、余りは -3 である。

(わられる式) = (わる式) × (商) + (余り)

整数の場合、整数 279 を 11 でわると、商は 25、余りは 4 である。

このとき、 $279 = 11 \times 25 + 4$ と表せる。

同様に、整式 A を整式 B でわったときの商を Q 、余りを R とすると、これらの間には、次の関係が成り立つ。

$$A = BQ + R$$

(わられる式) = (わる式) × (商) + (余り) $\leftarrow R = 0$ となるとき、 A は B でわり切れるという。
 ただし、 $(R$ の次数) $<$ $(B$ の次数) である。

【例3】 例2では、整式 $A = 4x^3 + 3x - 1$ を、整式 $B = 2x + 1$ でわると、商 $Q = 2x^2 - x + 2$ 、余り $R = -3$ となった。

このとき $A = BQ + R$ が成り立つから

$$4x^3 + 3x - 1 = (2x + 1)(2x^2 - x + 2) - 3$$

問1 整式 $A = 4x^2 - 3x + 2$ を整式 $B = x - 1$ で割ったときの商と余りを求め、 $A = BQ + R$ の形に表しなさい。

$$4x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(4x + 3) - 1$$