

3次の乗法公式と因数分解 (2)

講師
川崎宣昭

学習のポイント

数学Ⅰで2次の整式の因数分解について学びました。ここでは3次の整式の因数分解について学びます。

- ① $a^3 + b^3$ と $a^3 - b^3$ の因数分解
- ② 因数分解の公式
- ③ 因数分解の公式の利用

$a^3 + b^3$ と $a^3 - b^3$ の因数分解

- $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ の展開

$$\begin{aligned} & (a + b)(a^2 - ab + b^2) \\ &= a(a^2 - ab + b^2) + b(a^2 - ab + b^2) \\ &= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 \\ &= a^3 + b^3 \end{aligned}$$

- $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ の展開

$$\begin{aligned} & (a - b)(a^2 + ab + b^2) \\ &= a(a^2 + ab + b^2) - b(a^2 + ab + b^2) \\ &= a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 \\ &= a^3 - b^3 \end{aligned}$$

$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $\begin{aligned} a(a^2 - ab + b^2) &= a^3 - a^2b + ab^2 \\ b(a^2 - ab + b^2) &= a^2b - ab^2 + b^3 \end{aligned}$	$(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ $\begin{aligned} a(a^2 + ab + b^2) &= a^3 + a^2b + ab^2 \\ b(a^2 + ab + b^2) &= a^2b + ab^2 + b^3 \end{aligned}$
--	--

$$\begin{aligned} (a + b)(a^2 - ab + b^2) &= a^3 + b^3 \\ (a - b)(a^2 + ab + b^2) &= a^3 - b^3 \end{aligned}$$

因数分解の公式

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="text-align: center;"> \uparrow 1 次の項 </div> <div style="text-align: center;"> \uparrow 2 次の項 </div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> \uparrow マイナス! </div>	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="text-align: center;"> \uparrow 1 次の項 </div> <div style="text-align: center;"> \uparrow 2 次の項 </div> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> \uparrow マイナス! </div>
---	---

因数分解の公式の利用

- $x^3 + 27$ の因数展開

$$\begin{aligned} \circ^3 + \square^3 &= (\circ + \square)(\circ^2 - \circ \times \square + \square^2) \\ \begin{array}{ccccccc} | & \vdots & | & \vdots & | & \vdots & | \\ x^3 & + & 3^3 & = & (x + 3) & (x^2 - x \times 3 + 3^2) \\ & & & = & (x + 3)(x^2 - 3x + 9) \end{array} \end{aligned}$$

- $8x^3 - y^3$ の因数展開

$$\begin{aligned} \circ^3 - \square^3 &= (\circ - \square)(\circ^2 + \circ \times \square + \square^2) \\ \begin{array}{ccccccc} | & \vdots & | & \vdots & | & \vdots & | \\ (2x)^3 & - & y^3 & = & (2x - y) & \{(2x)^2 + (2x) \times y + y^2\} \\ & & & = & (2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2) \end{array} \end{aligned}$$