第65回　第５章　微分と積分「微分係数と導関数」

平均変化率
～ 関数と平均変化率 ～

講師
水谷 信也

関数 $y=f(x)$ において，x の変化量に対する y の変化量の割合について学びます。

学習のポイント
① 関数を表す記号
② 平均変化率
③ 平均変化率の求め方

1 関数を表す記号

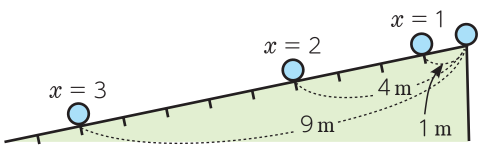
$y=2x+1$，$y=x^2$ のように，y が x の関数であることを $y=f(x)$ のように表します。
関数 $y=f(x)$ において，$f(x)$ の式に $x=a$ を代入して得られる y の値を $f(a)$ で表します。

例　関数 $f(x)=x^2+2x$ において，
$f(3)=3^2+2\times3=15$
$f(-1)=(-1)^2+2\times(-1)=-1$　←　✕ $f(-1)=-1^2+2\times(-1)$
−1に(　)をつけるのを
忘れないように注意しよう！

問1　関数 $f(x)=x^2-3x$ において，次の値を求めなさい。
(1) $f(1)$　(2) $f(2)$　(3) $f(-1)$　(4) $f(-2)$

2 平均変化率

斜面を転がる球の速さは，時刻とともに変化します。
ある斜面では，球が転がり始めてからの時間 x 秒と，転がった距離 y m との間に $y=x^2$ の関係が成り立っています。



この運動で，球が転がり始めて
1秒後から2秒後までの平均の速さは

$$\frac{2^2-1^2}{2-1}=3\ (\mathrm{m/s})$$

2秒後から3秒後までの平均の速さは

$$\frac{3^2-2^2}{3-2}=5\ (\mathrm{m/s})$$

となります。

平均の速さ＝$\dfrac{距離}{時間}$
3(m/s)は秒速3mを表している。

一般に，関数$y=f(x)$において，xの値がaからbまで変化するとき

　xの変化量は　$b-a$

　yの変化量は　$f(b)-f(a)$

となります。

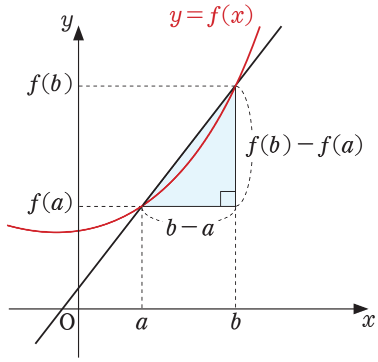
このとき，

$$\frac{y\text{の変化量}}{x\text{の変化量}}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

を，xの値がaからbまで変化するときの，

関数$f(x)$の平均変化率（へいきんへんかりつ）といいます。

この値は，曲線$y=f(x)$上の２点$(a,\ f(a))$，$(b,\ f(b))$を通る直線の傾きに等しくなります。

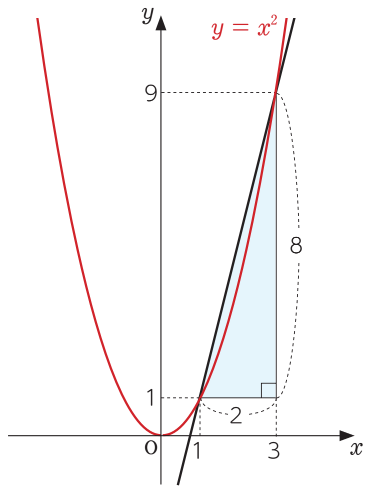


問２　前ページの斜面を転がる球の運動で，球が転がり始めて２秒後から４秒後までの平均の速さを求めなさい。

3 平均変化率の求め方

例　関数$f(x)=x^2$において，xの値が１から３まで変化するときの平均変化率は

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{3^2-1^2}{3-1}=\frac{8}{2}=4$$



問３　関数$f(x)=2x^2$において，xの値が次のように変化するときの平均変化率を求めなさい。

（1）　１から３まで

（2）　３から４まで

（3）　−２から６まで

問１・解答

（1）-2　（2）-2　（3）4　（4）10

問２・解答

$$\frac{4^2-2^2}{4-2}=6\ (\mathrm{m/s})$$

問３・解答

（1）８　（2）14　（3）８