

## 2直線の位置関係

講師

湯浅 弘一

### 身近にあることは？

前回は直線の式を求めました。

さて、平行ではない2本以上の直線があれば、どこかで交わります。

では、その交わる場所はどこでしょう？

数学的に言えば“交点の座標”です。

交点の座標を求めるには、連立方程式を使います。

### 確認しましょう(1)

連立方程式(第8回, 第9回を参照)は文字消去がルールでしたね。

これは右図のグラフからイメージができそうです。

2つの直線の式は…

$$\begin{cases} y = x + 3 \\ y = -2x + 6 \end{cases}$$

です。

2本の直線の交点は

お互いに  $x$  座標と  $y$  座標が同じなので

$y$  に着目すると

$$y = x + 3 = -2x + 6$$

ということですから、

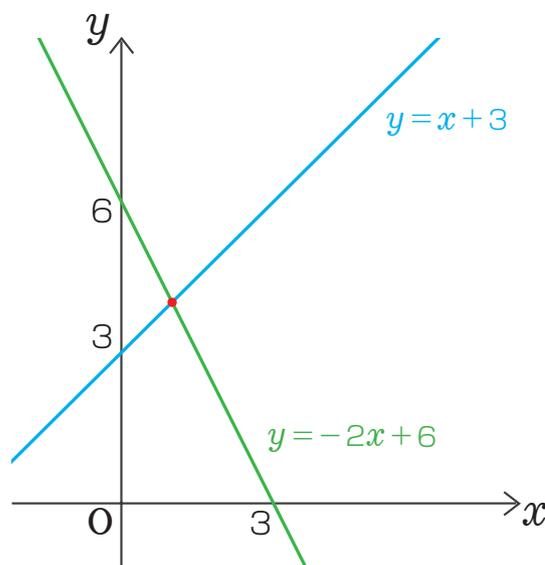
$x$  の1次方程式  $x + 3 = -2x + 6$  を解くと

$$x + 2x = 6 - 3$$

$$3x = 3$$

よって、 $x = 1$

ですから、 $y = x + 3$  に  $x = 1$  を代入して、交点の座標は  $(1, 4)$  と求められます。



問題 1

2つの直線  $y = x - 1$  と  $y = -\frac{1}{2}x + 5$  の交点の座標を求めなさい。

【考え方】

2つの直線の式を連立します。

$$\begin{cases} y = x - 1 & \dots \text{①} \\ y = -\frac{1}{2}x + 5 & \dots \text{②} \end{cases}$$

となります。

2直線の交点の  $y$  座標は同じであることに注目して、

$$x - 1 = -\frac{1}{2}x + 5$$

となることを考えればよいですね。

分数部分をなくすために、両辺を2倍しましょう。

$$2x - 2 = -x + 10$$

移項して計算すると…

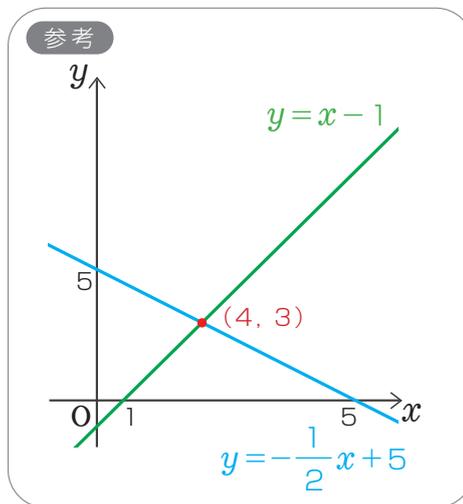
$$2x + x = 10 + 2$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

①に代入して  $y = 4 - 1 = 3$

よって、交点の座標は  $(4, 3)$  と求められます。



 確認しましょう(2)

2本の直線が平行とは？  $\rightarrow$  傾きが同じ

2本の直線が垂直とは？  $\rightarrow$  2本の直線の傾きをかけ算すると-1になる

以上のことを頭に入れて、次の問題を考えてみましょう！

問題2

$y = -3x + 4$  を直線  $l$  とします。

(1) 直線  $l$  に平行な直線で点  $(3, -1)$  を通る式を求めなさい。

(2) 直線  $l$  に垂直な直線で点  $(3, -1)$  を通る式を求めなさい。

【考え方】

(1) 求める直線を  $y = ax + b$  とおきます。

直線  $l$  の傾きは  $-3$  です。

求める直線は直線  $l$  に平行なので、傾きが同じです。

したがって、 $a = -3$  です。

このとき、 $y = -3x + b$  が点  $(3, -1)$  を通るので、

代入すると…

$$-1 = -3 \times 3 + b$$

$$\text{これを解いて } b = 8$$

したがって、求める直線の式は  $y = -3x + 8$  となります。

(2) 求める直線を  $y = ax + b$  とおきます。

直線  $l$  の傾きは  $-3$  です。

求める直線は直線  $l$  に垂直なので、2つの直線の傾きをかけ算すると  $-1$  になります。

つまり、 $(-3) \times a = -1$  です。

これを解くと  $a = \frac{1}{3}$  ですから、

$$\text{求める直線は } y = \frac{1}{3}x + b$$

と表すことができます。

これが点  $(3, -1)$  を通るので、代入すると…

$$-1 = \frac{1}{3} \times 3 + b$$

$$\text{これを解いて } b = -2$$

したがって、

求める直線の式は  $y = \frac{1}{3}x - 2$  となります。

