

**学習のポイント** 今回は「音楽と数学」について学習します。《数学の考え方・十六箇条の十四》「規則性をさがそう」を用いて、音楽のさまざまな要素である、音階、調、コード、リズムなどに潜んでいる数学的な規則性を調べていきます。また、番組ではギター奏者の福島久夫さんとアコーディオン奏者の牧田ゆきさんを迎え、楽しい演奏も披露します。

学習メモ執筆・岸 伸一／沼澤隆史

## ポイント 1 音階と比率（比例の関係）

音階とはドレミファソラシドという高さの順に並べた音の並びです。音の高さは音の波が1秒間に振動する回数である**振動数（単位はヘルツ [Hz]）**によって表すことができます。

表1は、ピアノやアコーディオンでいう黒鍵の音も含めた音階（**平均律**）の各音の振動数です。

表1

音階	振動数 (Hz)
ラ	880
ソ#	
ソ	
ファ#	
ファ	
ミ	
レ#	
レ	
ド#	
ド	
シ	
ラ#	
ラ	440

下のラは440ヘルツ、上のラは880ヘルツになっています。

つまり、高い音ほど振動数は大きくなり、1オクターブ高くなると振動数は2倍になります。これは、ラだけでなくどの音についても同じことが成り立ちます。

ほかの音の振動数について調べてみると表2のようになっています。

表2 平均律

音階	振動数 (Hz)
ラ	880
ソ#	約 831
ソ	約 784
ファ#	約 739
ファ	約 698
ミ	約 659
レ#	約 622
レ	約 587
ド#	約 554
ド	約 523
シ	約 494
ラ#	約 466
ラ	440

約 1.06 倍  
 約 1.06 倍  
 約 1.06 倍  
 約 1.06 倍  
 約 1.06 倍  
 約 1.06 倍  
 約 1.06 倍  
 約 1.06 倍  
 約 1.06 倍  
 約 1.06 倍  
 約 1.06 倍  
 約 1.06 倍

比が一定  
 12 個  
 $1.06^{12} \approx 2$

この表から平均律では、各音の振動数が1つ下の音の振動数の約1.06倍になっていて、音が高くなると、振動数が一定の比で大きくなっていることがわかります。

ここで、下のラと1オクターブ上の

ラに注目すると、上のラは下のラの振動数に 1.06 を 12 個かけた値になっているはずですが、ここで、1.06 の 12 乗はおよそ 2 になります。したがって、1 オクターブ上の音の振動数は、もとの音の振動数の 2 倍になります。

## ポイント 2 変調（移調）と平行移動の法則

ある曲を歌うときに、歌いやすいように曲全体の音域を変える、すなわち、キーを換えることを**変調（移調）**とといいます。移調をするときにはその楽曲の音階（調）の中心になる音を変えて、それにともなって全体の音符を平行移動させます。

図 1 は黒鍵の音も 1 段階として表した楽譜です。曲は「ちょうちょ」でハ長調に相当するように書かれています。今、この楽譜のドの音をファに移動するように移調をします。

すると、図 2 のようになり、ハ長調からヘ長調になります。このように、移調をすることは音符全体を一斉に平行移動することです。

図 1

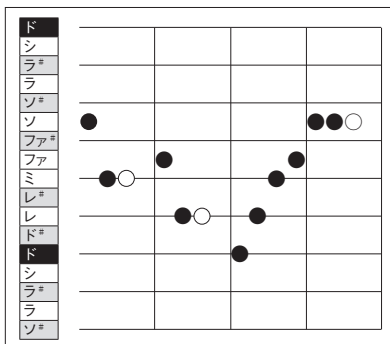
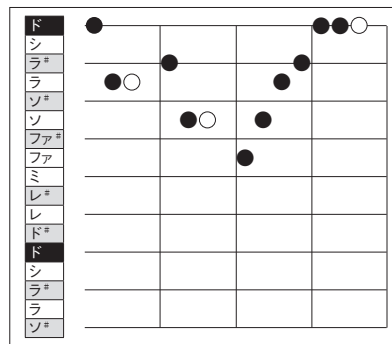


図 2



## ポイント 3 コード

コード（和音）とは高さの異なるいくつかの音を組み合わせたものです。コードを表すには、音階を図 3 のようにアルファベットで表したものを uses。また、コードにはメジャーコー

図 3

A	B	C	D	E	F	G	A
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
ラ	シ	ド	レ	ミ	ファ	ソ	ラ

ドとマイナーコードがあります。

例えば、Cメジャー：Cの音であるドを主音として、そのほかにミとソの組み合わせAマイナー：Aの音であるラを主音として、そのほかにドとミの組み合わせなどがあります。

コードについての数理的な法則を探ります。

図4は、音階を円形状に並べたものです。

この図において、Cメジャーは、主音のドを出発点として時計回りにミは4つ目にあり、ミから3つ目にソ、ソから5つ目でドに戻ります（図5）。

つまり、円周上で

「4・3・5」間隔の並びになっています。……（※）

また、Fメジャーについても、Gメジャーについても、（※）の法則が成り立っています。（図6, 7）

（※）の法則は、すべてのメジャーコードについて成り立ちます。

マイナーコードについては、どのような法則が成り立っているのか、考えてみてください。

番組では楽曲のコード進行に潜む数理を、教具を用いて解説します。

図4

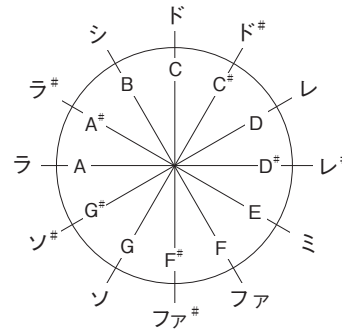


図5

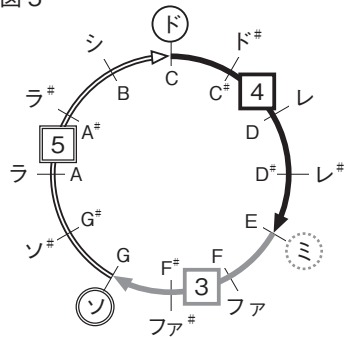


図6

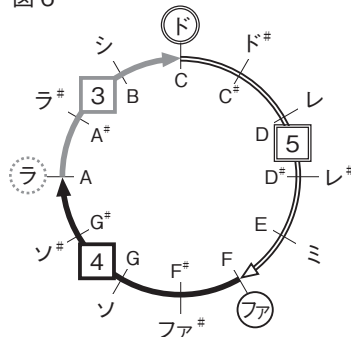


図7

