第24回

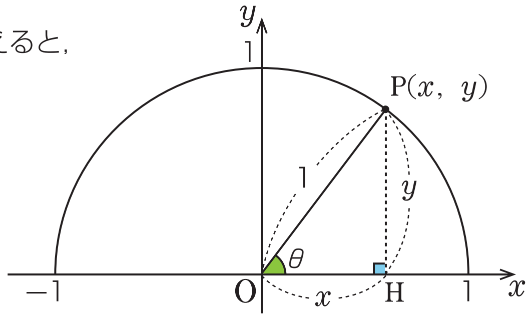
鈍角の三角比

講師
湯浅 弘一

1 座標に三角比を用いる

直角三角形を原点中心，半径１の円に当てはめます。
点 P の座標は $(x,\ y) = (\cos\theta,\ \sin\theta)$ と表すことができます。

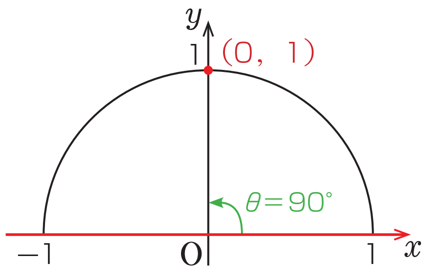
ここで x 軸と半径のなす角 θ を 90° 以下に限定して考えると，
$\sin\theta$ と $\cos\theta$ の値は $0 \leqq \sin\theta \leqq 1$，$0 \leqq \cos\theta \leqq 1$
であることがわかります。



例題

$\sin 90^\circ$ と $\cos 90^\circ$ の値を求めなさい。

【解説】
90° を半径１の円の上の座標で表すと，図のようになります。
よって，
$\sin 90^\circ = 0$
$\cos 90^\circ = 1$



やってみよう！

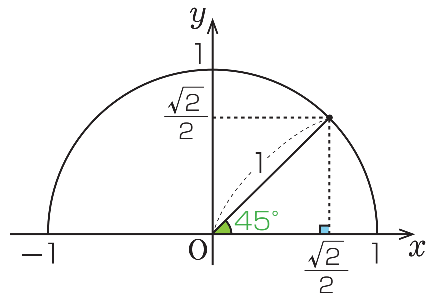
次の値を座標を用いて求めなさい。

（1）$\sin 45^\circ$　　（2）$\cos 45^\circ$

【答え】

（1）右の図より $\sin 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

（2）右の図より $\cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$



2 鈍角の三角比

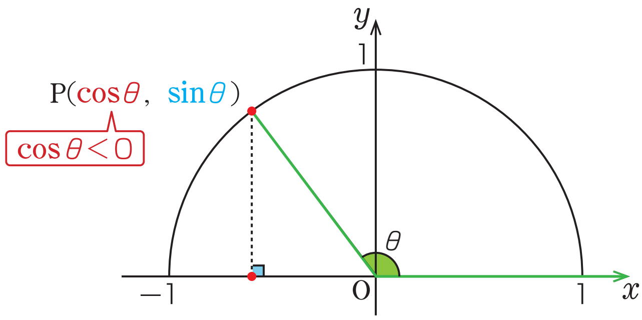
ポイント1の角度 θ を 90° から 180° まで広げてみましょう。

角度 θ が $90^\circ < \theta < 180^\circ$ のとき，

この θ を鈍角であるといいます。

鈍角の $\sin\theta$ は正の値をとり，

$\cos\theta$ は負の値をとります。



例題

$\cos 120^\circ$ と $\sin 120^\circ$ の値を求めなさい。

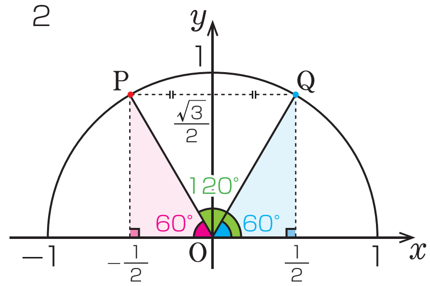
【解説】

点Pの座標が（$\cos 120^\circ$，$\sin 120^\circ$）です。

x 座標は，$\cos 60^\circ$ にマイナスの符号をつけた値になるので，$-\dfrac{1}{2}$

y 座標は，$\sin 60^\circ$ と同じ値なので，$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

と求まります。



例 題

$\cos 135^\circ$ と $\sin 135^\circ$ の値を求めなさい。

【解 説】

点 P の座標が（$\cos 135^\circ$，$\sin 135^\circ$）です。

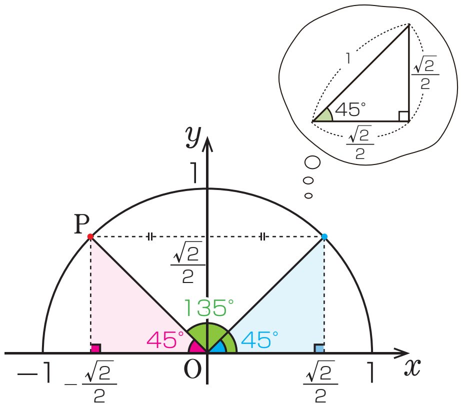
x 座標は，$\cos 45^\circ$ にマイナスの符号をつけた値になるので

$$\cos 135^\circ = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

y 座標は，$\sin 45^\circ$ と同じ値なので，

$$\sin 135^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

と求まります。



3 鈍角の三角比を使う

例 題

$90^\circ < \theta < 180^\circ$ として，$\sin\theta = \frac{4}{5}$ が成り立つとき，

$\cos\theta$ と $\tan\theta$ の値を求めなさい。

【解 説】

$90^\circ < \theta < 180^\circ$ の θ の大きさを鈍角といいます。

このとき，

$$\sin\theta = \frac{4}{5} > 0,\ \cos\theta < 0,\ と\ \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} < 0$$

また，$(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$ を用いて

$$\left(\frac{4}{5}\right)^2 + (\cos\theta)^2 = 1\ から，(\cos\theta)^2 = \frac{9}{25}$$

$90^\circ < \theta < 180^\circ$ のとき，$\cos\theta < 0$ であるから，$\cos\theta = -\frac{3}{5}$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\left(\frac{4}{5}\right)}{\left(-\frac{3}{5}\right)} = -\frac{4}{3}$$ と求まります。

やってみよう！

$90^\circ < \theta \leqq 180^\circ$ として，$\sin\theta + \cos\theta = -1$ が成り立つとき，
$\sin\theta$ と $\cos\theta$ と $\tan\theta$ の値を求めなさい。

【答 え】

$(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$ を使いたいので，
$\sin\theta + \cos\theta = -1$ ･･･ ① の両辺を２乗すると
$(\sin\theta)^2 + 2\sin\theta\cos\theta + (\cos\theta)^2 = 1$
この式に $(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$ を代入すると
$2\sin\theta\cos\theta = 0$ ･･･ ②
よって，$\sin\theta = 0$ または $\cos\theta = 0$
ここで，$90^\circ < \theta \leqq 180^\circ$ に注意すると，$\sin\theta \geqq 0$，$\cos\theta < 0$
であるから，②が成り立つのは $\sin\theta = 0$ のとき。
このとき①より $\cos\theta = -1$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{0}{-1} = 0$$

ちなみに･･･ この問題の θ は 180° です！