第２回

式の展開

講師
湯浅 弘一

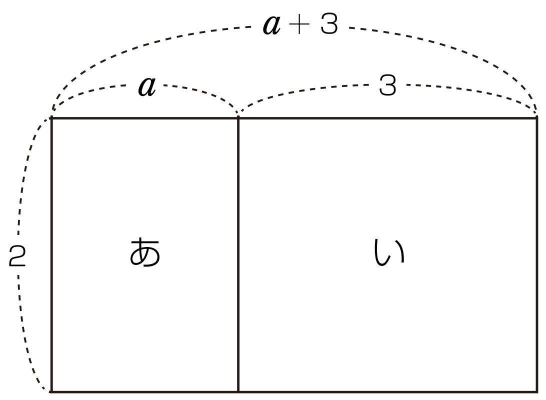
1 式の展開の基本

まずは“項に区切る”“分配する”から「式の展開」を始めましょう。

（１）単項式×多項式を展開する

例えば，$2(a+3)$ の展開を考えてみましょう。

まず，イメージから・・・



$2(a+3)$ とは $2\times(a+3)$ ですから，上の長方形の面積を表します。

“あ”の部分の面積が $2a$，“い”の部分の面積が６なので

この長方形の面積は合計 $2a+6$ となります。

これを式の展開で考えてみましょう。

式の展開では“項に区切るのがルール”です。

$2(a+3)$ は $2(a \vdots +3)$ のようにカッコの中を項に区切って考えるので

$2(a \vdots +3)=2a+6$

このように，２を a と＋３の両方にかけ算します。 これを分配するといいます。

例 題

次の式を展開しなさい。

$3(a+2)$

【解 説】

まず，（　　）の中を項に区切りましょう。

$3(a+2)$

３を（　　）の中に分配します。

$3(a+2)=3a+6$

練習問題１

次の式を展開しなさい。

(1)　$3(a+4)$

(2)　$-2(x-1)$

【答 え】

(1)　$3(a+4)=3a+12$

(2)　$-2(x-1)=-2x+2$

（２）多項式×多項式を展開する

次に多項式×多項式を考えてみましょう。

$(a+b)(x+y)$ の式の展開を考えます。

まず，項に区切ります。

$(a+b)(x+y)$

次に，左の（　　）の項から右の（　　）の項に，すべての組合わせでかけ算します。

$(a+b)(x+y)=ax+ay+bx+by$

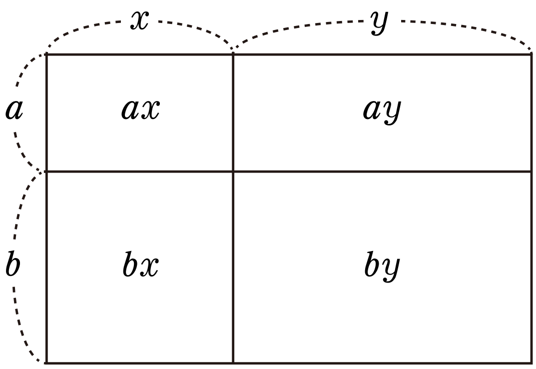
数字で試してみましょう。

$(1+2)\times(3+4)=(1+2)(3+4)=1\times3+1\times4+2\times3+2\times4=21$

もっとも，この場合には，展開せずにそのまま $3\times7=21$ と計算する方が早いですが…

これも面積で考えるとイメージしやすくなります。

$(a+b)(x+y)$ の式は，下の長方形の面積を表します。



$(a+b)(x+y)=ax+ay+bx+by$

となることがわかりますね。

それでは，次の展開を試してみましょう！

例 題

$(a+b)(a-2c)$ を展開しなさい。

【解 説】

$$(a+b)(a-2c)=(a+b)(a-2c)$$
$$=a^2-a2c+ba-b2c$$ ← ここで終えても間違いではありませんが…
$$=a^2-2ac+ab-2bc$$ ← このように書く方が見やすいですね☆

Point 原則，単項式（項）の部分は係数を先に書き，文字は後に書きます。
文字はアルファベット順に並べましょう！

練習問題２

次の式を展開しなさい。

(1)　$(a-b)(a+3c)$

(2)　$(x-2)(x+3)$

【答 え】

(1)　$a^2+3ac-ab-3bc$

(2)　x^2+x-6

2 乗法公式を知る

式の展開の中には覚えておくと便利な公式があります。
それが乗法公式です。
今回は３つ！（細かく分けると４つ！）

（1）平方タイプ ⟶ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
（2）和と差の積のタイプ ⟶ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
（3）$(x+a)(x+b)$のタイプ ⟶ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
（おまけ）平方タイプのマイナスバージョン ⟶ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

例 題　<平方タイプ>

$(x+3)^2$ を展開しなさい。

【解 説】
平方タイプ ⟶ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ を使います。
この式の a に x を，b に 3 を代入します。
すると…
$(x+3)^2=x^2+2\times x\times 3+3^2=x^2+6x+9$
となります。

練習問題３　<平方タイプ>

$(x+4)^2$ を展開しなさい。

【答 え】
$(x+4)^2=x^2+2\times x\times 4+4^2=x^2+8x+16$

例 題　＜和と差の積のタイプ＞

$(x+5)(x-5)$ を展開しなさい。

【解 説】

和と差の積のタイプ $\longrightarrow (a+b)(a-b)=a^2-b^2$ を使います。

この式の a に x を，b に 5 を代入します。

すると…

$(x+5)(x-5)=x^2-25$

となります。

練習問題４　＜和と差の積のタイプ＞

$(x+17)(x-17)$ を展開しなさい。

【答 え】

$(x+17)(x-17)=x^2-289$

マメ知識　17の2乗はヒナ（17）の唐揚げニッコリパク！（289）と覚えると良いですよ～☆

例 題　＜$(x+a)(x+b)$ のタイプ＞

$(x+2)(x+3)$ を展開しなさい。

【解 説】

$(x+a)(x+b)$ のタイプ $\longrightarrow (x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ を使います。

この式の a に 2 を，b に 3 を代入します。

すると・・・

$(x+2)(x+3)=x^2+(2+3)x+2\times3=x^2+5x+6$

となります。

練習問題５　＜$(x+a)(x+b)$ のタイプ＞

$(x+5)(x-1)$ を展開しなさい。

【答 え】

$(x+5)(x-1)=x^2+\{5+(-1)\}x+5\times(-1)=x^2+4x-5$

3 乗法公式による式の展開

乗法公式について少し考えてみましょう。

例 題

$(a-b)^2$ を展開しなさい。

【解 説】

（おまけ）平方タイプのマイナスバージョン $\longrightarrow$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

これがなぜ“おまけ”なのかというと…

平方タイプ $\longrightarrow$ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

この式で b に $-b$ を代入したものだからです。

やってみましょう。

$\{a+(-b)\}^2=a^2+2a(-b)+(-b)^2=a^2-2ab+b^2$

となりますね。

このように，式の意味がわかると、2つの乗法公式を1つにまとめることができます。

練習問題6

$(x-2y)^2$ を展開しなさい。

【答 え】

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

この式の a に x を，b に $-2y$ を代入したものなので，

$(x-2y)^2=x^2-4xy+4y^2$

練習問題7

$(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$ を展開しなさい。

【答 え】

和と差の積のタイプ $\longrightarrow$ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

この式の a に $\sqrt{3}$ を，b に 1 を代入します。

$(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)=(\sqrt{3})^2-1^2=3-1=2$

チャレンジ1

学校の宿題で出された“$(x-y)(x-2y+3)$”の展開を以下のよう答えました。

まず、項に区切って
$(x \vdots -y)(x \vdots -2y \vdots +3)$
左のカッコの中の項の１つから右のカッコの中の項の１つへかけ算をして並べていくと
$(x \vdots -y)(x \vdots -2y \vdots +3)=x^2-2xy+3x-xy+2y^2-3y$
これで展開ができあがり！と思ったのですが，先生からは“ダメ！”の一言。
なぜ，ダメなのでしょうか？

【答 え】
“同類項の計算はまとめる”からです。
上の解答を項に区切ってみると
$x^2 \vdots -2xy \vdots +3x \vdots -xy \vdots +2y^2 \vdots -3y$
$-2xy$ と$-xy$ をまとめることができます。
つまり，つなげて
$-2xy-xy=-3xy$
正しくは,
$$
\begin{aligned}
(x \vdots -y)(x \vdots -2y \vdots +3) &= x^2-2xy+3x-xy+2y^2-3y \\
&= x^2-3xy+2y^2+3x-3y
\end{aligned}
$$

チャレンジ2

次の式を展開した結果を求めなさい。
$(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)\cdots(x-z)$

【答 え】
“0”が答えです。
アルファベットを順に書いていくと
$a,\ b,\ c,\ d,\ \cdots,\ x,\ y,\ z$
ということは，途中に$(x-x)$が現れますよね！

おすすめ番組

☆「高校講座　ベーシック数学」
第５回 文字式の計算と１次方程式を解くこと
文字式について

CLICK!

☆「高校講座　ベーシック数学」
第 11 回 ２次方程式　式の展開

CLICK!