

2次方程式

監修・執筆
 湯浅弘一

今回学ぶこと

1 次方程式の解は 1 個しかありませんが、2 次方程式の解は 2 個あります。一見難しそうですが、実は今までの学習が役に立つのです。それは、平方根や因数分解によって 2 次方程式を解くことができるということです。その方法を学習していきましょう。

学習のポイント

- ① 2 次方程式を平方根で解く
- ② 2 次方程式を因数分解で解く
- ③ 2 次方程式を用いる文章題

ポイント1 2次方程式を平方根で解く

4 の平方根は、 ± 2 でした。これを式で表すとどうなるでしょう？

x は方程式の解です。平方は 2 乗です。そこで、 $x^2 = 4$ となる x を 4 の平方根といいます。

つまり、 $x^2 = 4$ を解くと $x = \pm 2$ 。言いかえると 2 次方程式 $x^2 = 4$ の解は $x = \pm 2$ となります。

移項して整理することで、 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) ……(*)

の形に変更できる方程式を 2 次方程式といいます。

$x^2 = 4$ は、 $1x^2 + 0x - 4 = 0$ と表せます。これは (*) に当てはめると $a = 1$ 、 $b = 0$ 、 $c = -4$ です。

ポイント2 2次方程式を因数分解で解く

まず、頭の体操から。 $5 \times 0 = 0$

$$0 \times 7 = 0$$

では、 $A \times B = 0$ となる A や B はなに？ $A = 0$ または、 $B = 0$ です。

ということは、2 次方程式 $x(x-1) = 0$ を解くと、

$$x = 0 \text{ または、} x - 1 = 0$$

つまり、 $x = 0, 1$ と書きます。

↑ 「または」の代わりに「,」と書きます。

2次方程式 $(x + 1)(x + 3) = 0$ であれば、

$x + 1 = 0$ または、 $x + 3 = 0$ 移項して、

$x = -1$ または、 $x = -3$

$x = -1, -3$ となります。

例題 2次方程式 $x + 5x^2 + 6 = 0$ を解くと…。

👉 因数分解を行います。

$$\begin{array}{c} x^2 + 5x + 6 = 0 \\ \text{和} \quad \text{積} \end{array}$$

2つ数の和が5、積が6となるものは、2と3

したがって、 $x^2 + 5x + 6 = 0$ は

$(x + 2)(x + 3) = 0$ ですから、

$x + 2 = 0$ または、 $x + 3 = 0$

$x = -2, -3$

では、もう1題!

例題 2次方程式 $3x^2 - 11x + 10 = 0$ を解くと…。

$$\begin{array}{c} 3x^2 - 11x + 10 = 0 \\ \text{和} \quad \text{積} \end{array}$$

積が10となる2つの数は、

1と10、2と5、-2と-5、-1と-10

👉 x^2 の係数が1ではないのでたすきがけをします。

$$\begin{array}{r} 1 \quad \times \quad -2 = -6 \\ \times \quad \quad \quad \times \\ 3 \quad \times \quad -5 = -5 \quad (+) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} -11 \\ \text{---} \\ \uparrow \\ (x \text{ の係数}) \end{array}$$

つまり、 $3x^2 - 11x + 10 = 0$

$(x - 2)(3x - 5) = 0$

$x - 2 = 0$ または、 $3x - 5 = 0$

$x = 2, \frac{5}{3}$ となります。

ポイント3 2次方程式を用いる文章題

次の例題を考えてみましょう。

例題 周の長さが 104m、面積が 576m^2 の長方形のタテの長さを求めなさい。

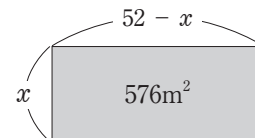
※タテの長さがヨコの長さより短いこととする。

考え方① 周の長さ 104m の半分として、タテの長さを $x\text{m}$ とするとヨコの長さは $(52 - x)\text{m}$ とし、長方形の面積を求める公式から、

$$x \times (52 - x) = 576$$

$$52x - x^2 - 576 = 0$$

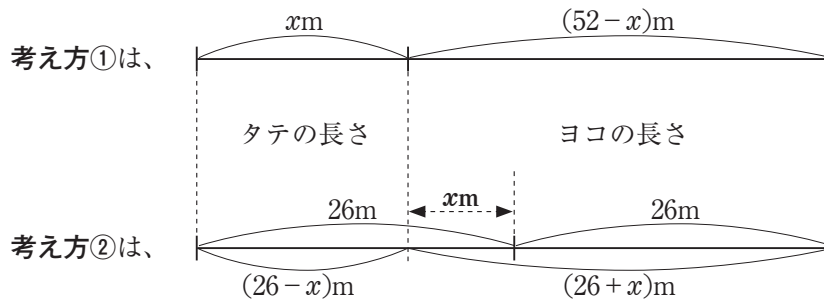
$$x^2 - 52x + 576 = 0$$



を因数分解すればいいのですが…… ちょっと難しそうです。

考え方② x が表す長さを違うものにしてみましょう。周の長さ 104m なので、タテとヨコをたすと 52m ですから…、タテの長さを 52m の半分の 26m よりも $x\text{m}$ 短いもの、ヨコの長さを 26m より $x\text{m}$ 長いものと考えてみましょう。

図にしてみると次のようになります。



すると、 $(26 - x)(26 + x) = 576$

$$26^2 - x^2 = 576$$

$$-x^2 = 576 - 676$$

$$x^2 = 100$$

$$x = \pm 10 \quad \text{※ } x \text{ は正の数 } x > 0 \text{ なので}$$

$$x = 10$$

26 - x に、 $x = 10$ を代入して

答え タテの長さは 16m となります。

