第８回　　第１章　数と式

乗法公式を使った因数分解

監修・講師
湯浅弘一

今回学ぶこと

第５回で学習した乗法公式は、式の展開だけでなく、因数分解にも使う大事な公式です。乗法公式を用いて因数分解をすることは、今後学習する２次方程式を解くためにも大切なことです。“式の展開→乗法公式→因数分解→２次方程式”へと数式を解く流れを学習していきましょう。

学習のポイント

① 平方の形の因数分解
② 和と差の積の形の因数分解
③ 和と積の数に注意する因数分解

ポイント1　平方の形の因数分解

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 \qquad \text{乗法公式①}$$

上の公式に数字を当てはめて考えてみましょう。

$$64 + 48 + 9 = ?$$

$$\underline{8}^2 + 2 \times \underline{8 \times 3} + \underline{3}^2 = (8 + 3)^2 = 11^2 = 121$$

まずは、ここに注意！　※

もちろん※部分を

$$\begin{aligned} 11^2 &= (10 + 1)^2 \\ &= 10^2 + 2 \times 10 \times 1 + 1^2 \\ &= 100 + 20 + 1 \\ &= 121 \end{aligned}$$

乗法公式①を使う

ともできます。

この公式のコツは、“頭２乗”と“うしろ２乗”に注意することです。

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$　　乗法公式②

これも、数字を当てはめて考えてみましょう。

$81 - 54 + 9 = ?$

$9^2 - 2 \times 9 \times 3 + 3^2 = (9 - 3)^2 = 6^2 = 36$

さて、本題です。

次に文字式の因数分解をしてみましょう。

$x^2 - 6x + 9$　の因数分解は、乗法公式に合わせて

$= x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2$

$= (x - 3)^2$

ポイント2 和と差の積の形の因数分解

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$　　乗法公式③

2乗ひく2乗の形は和と差の積の形に因数分解できます。

これを　**2乗の差は和と差の積**　ともいいます。

これもまた、数字を当てはめて考えてみましょう。

$100 - 49 = 10^2 - 7^2$

$= (10 + 7)(10 - 7)$　　$a = 10$、$b = 7$ です

$= 17 \times 3$

$= 51$

では、$x^2 - 16$　の文字式を因数分解してみましょう。

$x^2 - 16 = x^2 - 4^2$　　← 2乗ひく2乗の形

$= (x + 4)(x - 4)$

ポイント3 和と積の数に注意する因数分解

さて、ちょっとしたクイズです。考えてみてください。

Q1.　頭に浮かべてください
2つの数をたすと5。その2つの数をかけると6。
さて、その2つの数は何？

Q2.　頭に浮かべてください
2つの数をたすと6。その2つの数をかけると8。
さて、その2つの数は何？

Q3.　頭に浮かべてください
2つの数をたすと7。その2つの数をかけると6。
さて、その2つの数は何？

Q1の答え

和が5	積が6の2つの数は2と3
↓	↓
1 + 4	1 × 6
2 + 3	2 × 3

Q2の答え

和が6	積が8の2つの数は2と4
↓	↓
1 + 5	1 × 8
2 + 4	2 × 4
3 + 3	

Q3の答え

和が7	積が6の2つの数は1と6
↓	↓
1 + 6	1 × 6
2 + 5	2 × 3
3 + 4	

※たし算の答えを“和”
かけ算の答えを“積”といいます。

さあ、本題です。

$$x^2 + (\underbrace{a + b}_{\text{和}})x + \underbrace{ab}_{\text{積}} = (x + a)(x + b)$$　**乗法公式④**

この公式を使って、次の問題を因数分解してみましょう。

$$x^2 + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{和が5} \\ \text{(たして5)}}}{5x} + \underset{\substack{\downarrow \\ \text{積が6} \\ \text{(かけて6)}}}{6}$$

これは前述の Q1 のことです。つまり、この 2 つの数は 2 と 3 でしたから、

$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$　となります。