第６回　第１章　数と式

乗法公式をもっと知る

監修・講師
湯浅弘一

今回学ぶこと

乗法公式をマスターすることは、この先因数分解のときのためなのです。今回は、いろいろな式の展開の実践的な演習だとイメージしてください。やればできます。キーワードは“もれなくかける”です。

学習のポイント

① 分配法則を用いて整式の展開をする
② 置き換えを用いる式の展開
③ 同類項をまとめながら式の展開をする

ポイント1　分配法則を用いて整式の展開をする

■整式×整式

ここでもう一度、多項式×多項式の計算を確認しましょう。

$(a+b)(c+d)$ の展開は、

まず、項（ ⋮ ）に区切る

$(a \,\vdots\, +b)(c \,\vdots\, +d)$

左から右へもれなくかける

$$(a \,\vdots\, +b)(c \,\vdots\, +d)$$

$$= \underset{①}{\underline{ac}} + \underset{②}{\underline{ad}} + \underset{③}{\underline{bc}} + \underset{④}{\underline{bd}}$$

例えば、$(a+3)(b-5)$ を展開すると

$$(a+3)(b-5)$$

$= ab - a \times 5 + 3 \times b - 3 \times 5$

$= \underline{ab - 5a + 3b - 15}$　　となります。

この並び方にも注意！

$ab - 5a + 3b - 15$

a と b の 2 次

定数項

a、b 共に 1 次でアルファベット順

ポイント2 置き換えを用いる式の展開

■ $(x+y+z)^2$ の形の展開

乗法公式の 1 つに

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$　がありました。

この公式を使うと $(x+y+z)^2$ も容易に展開できます。

例えば、

$(x+y+5)^2$　ならば

$(\underbrace{x+y}_{a}+5)^2 = (a+5)^2$　のように

$x+y=a$ とおきます。　　（注：a でも A でもよい）

乗法公式によって

$(a+5)^2 = a^2 + 2 \times a \times 5 + 5^2$

$= a^2 + 10a + 25$　　となります。

したがって、

$a = x + y$ でしたから

$$(x + y + 5)^2 = (a + 5)^2$$
$$= a^2 + 10a + 25$$

$a = x + y$

$$= (x + y)^2 + 10(x + y) + 25$$

乗法公式

$$= x^2 + 2xy + y^2 + 10x + 10y + 25$$ となります。

ポイント3 同類項をまとめながら式の展開をする

第5回で学習した右の4つの乗法公式のほかに、5つ目の乗法公式として下記の乗法公式があります。

[1] $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
[2] $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
[3] $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
[4] $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

乗法公式

[5] $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

この式も展開して確認してみましょう。

$$(ax + b)(cx + d)$$

$$= ax \times cx + ax \times d + b \times cx + b \times d$$
$$= acx^2 + adx + bcx + bd$$

同類項

$$= acx^2 + (ad + bc)x + bd$$ となります。

x でまとめた形

これを具体的な数字で行うと……

$(2x + 5)(4x + 3)$ を展開すると

$$(2x + 5)(4x + 3) = 2x \times 4x + 2x \times 3 + 5 \times 4x + 5 \times 3$$

$$= 8x^2 + \underbrace{6x + 20x}_{\text{同類項をまとめる}} + 15$$

$$= 8x^2 + 26x + 15$$ となります。