

整式の乗法

監修・講師

湯浅弘一

今回学ぶこと

整数どうしを展開することが目的です。そのため
 の準備があります。累乗の計算や分配法則のルール
 の確認です。今回の式の展開のルールは、この後の
 学習にとっても重要ですので、ルールの仕組みとル
 ールを覚えていきましょう。

学習のポイント

- ① 累乗とは
- ② 整式の展開
- ③ 分配法則を用いて整式の積を計算する

ポイント1 累乗とは

“累”難しい漢字です。野球の“塁”とは異なります。でも似ているところがあります。
 両方とも重ねるという意味があるそうです。土を重ねて造った³とり³でのようなイメージが“塁”。
 野球のベースもそうです。

さて、本題の「累」には、重ねる、繰り返すの意味があります。

$$x \times x = x^2$$

$$x \times x \times x = x^3$$

$$x \times x \times x \times x = x^4$$

このように同じ数や文字を繰り返してかけ合わせることを



$x \times x \times x = x^3$
この右肩の小さな数を
指数
と呼びます。

例えば…

$$x^2 \times x^3 \text{ は、 } x^2 = x \times x$$

$$x^3 = x \times x \times x \quad \text{ですから}$$

$$x^2 \times x^3 = x \times x \times x \times x \times x = x^5$$

つまり、 $x^m \times x^n = x^{m+n}$ が成り立ちます。

$$(x^2)^3 \text{ は、 } (x^2)^3 = x^2 \times x^2 \times x^2$$

← (x^2) が 3 つです。

$$= (x \times x) \times (x \times x) \times (x \times x) \quad \leftarrow x \text{ が } 2 \times 3 = 6 \text{ 個です。}$$

$$= x^6$$

つまり、 $(x^m)^n = x^{mn}$ が成り立ちます。

では、 $(x^2y)^3$ はいかがでしょうか？

$$(x^2y)^3 = x^2y \times x^2y \times x^2y$$

← (x^2y) が 3 つです。

$$= (x \times x \times y) \times (x \times x \times y) \times (x \times x \times y) \quad \leftarrow x \text{ が } 6 \text{ 個、 } y \text{ が } 3 \text{ 個あります。}$$

$$= x^6y^3$$

つまり、 $(x^m y^n)^l = x^{ml} y^{nl}$ が成り立ちます。

まとめると

● 指数法則 ●

$$x^m \times x^n = x^{m+n}$$

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

$$(xy)^n = x^n y^n$$

■単項式の乗法

次に、単項式×単項式を考えます。

$2a \times 3b$ であれば、

$$\begin{aligned}
 2a \times 3b &= 2 \times a \times 3 \times b \\
 &= \underbrace{2 \times 3}_{\text{数字だけ}} \times \underbrace{a \times b}_{\text{文字だけ}} \\
 &= 6ab
 \end{aligned}$$

数字だけは計算する

つまり、 $2a \times 3b = 6ab$ となります。

さらに、

$$\begin{aligned}
 2a \times 3ab &= 2 \times a \times 3 \times a \times b \\
 &= \underbrace{2 \times 3}_{\text{数字だけ}} \times \underbrace{a \times a \times b}_{\text{文字だけ}} \\
 &= 6 \times a^2 \times b \\
 &= 6a^2b
 \end{aligned}$$

に振り分けます。
 $a \times a = a^2$ 累乗の形で表します。

つまり、 $2a \times 3ab = 6a^2b$ となります。

ポイント2 整式の展開

● 分配法則 ●

① $A(B + C) = AB + AC$

② $(A + B)C = AC + BC$

上記の法則を使って実際に展開してみましょう。

まず、①の法則から…

$$x(x+2) \text{ ならば、 } \overset{\curvearrowright}{x(x+2)} = x \times x + x \times 2$$

$$= x^2 + 2x$$

$x \times x$ は累乗へ
 $x \times 2$ は数字が前へ

$$2x(x+3) \text{ ならば、 } \overset{\curvearrowright}{2x(x+3)} = 2x \times x + \overset{\curvearrowright}{2x} \times 3$$

↑ まとまり

$$= 2x^2 + 6x$$

$$-3x(x-4) \text{ ならば、 } \overset{\curvearrowright}{-3x(x-4)} = \overset{\curvearrowright}{-3x} \times x + 3x \times 4$$

↑ まとまり

↑ $(-)\times(-)$

$$= -3x^2 + 12x$$

() の前の部分は 1つのまとまり と見ましょう。

次は、②の法則です。

$$(x+2)x = \overset{\curvearrowright}{(x+2)x}$$

$$= x \times x + 2x$$

$$= x^2 + 2x$$

$$(x+3) \times 2x = \overset{\curvearrowright}{(x+3)} \times \overset{\curvearrowright}{2x}$$

↑ まとまり

$$= x \times 2x + 3 \times 2x$$

$$= 2x^2 + 6x$$

$$(x-4) \times (-3x) = (x-4) \times \overset{\curvearrowright}{(-3x)}$$

↑ まとまり

$$= x(-3x) - 4 \times (-3x)$$

$$= -3x^2 + 12x$$

ポイント3 分配法則を用いて整式の積を計算する

• 式の展開のルール •

$$(a + b)(x + y)$$

$$= (a + b)(x + y)$$

$$= ax + ay + bx + by$$

① ② ③ ④

例えば…

$(2a + 3b)(4c - 5d)$ の展開は

$$(2a + 3b)(4c - 5d) \quad \leftarrow \text{項に区切る}$$

$$= \underbrace{2a \times 4c}_{①} + \underbrace{2a(-5d)}_{②} + \underbrace{3b \times 4c}_{③} + \underbrace{3b \times (-5d)}_{④}$$

$$= 8ac - 10ad + 12bc - 15bd \quad \text{となります。}$$