ベーシック数学

第34回

確率を知る

講師
湯浅 弘一

身近にあることは？

「雨の降る確率は？」
普段何気なく使っている確率という言葉、感覚的にはわかっている気がしますよね。
それでは…
「１枚のコインを投げて表が出る確率は？」
表が出るか，裏が出るか…そう，$\frac{1}{2}$ です。その感覚はとても大事です。

では，“雨の降る確率が５０％”とは，どういう意味でしょう？
５０％ということは $\frac{1}{2}$ ですから，雨が降るか降らないか五分五分・・・ではありません。
確率には大きく分けて２つあります。
事前確率と事後確率です。
雨の降る確率は今までの歴史（降水確率は１９８０年から東京地方で始まりました）の中で，５０％の確率と宣言した状態が 100 回あったとするとき，１ミリ以上の雨が５０回降ることなのです。
つまり，今までのデータを収集した結果（事後）に基づく事後確率です。
それに対して１枚のコインを投げて表が出る確率が $\frac{1}{2}$ であることは，投げる前（事前）に表または裏が出ることがわかっています。つまり，事前確率です。

今回は事前確率を考えます。“やる前に予想する”といった感じの確率です☆

確認しましょう

確率の定義についてです。

まず，事象ということばを覚えましょう！

事象とは，何か行動を起こしたときの結果のようなイメージです。

例えば，１枚のコインを投げたとき，コインは表または裏のどちらかが出ます。

また，サイコロ１個を１回投げた場合，１の目から６の目のどれかが出ます。

コインの場合の事象は表，裏。どちらかなので，全部の事象つまり全事象は２通り。

サイコロ１個の場合は１～６の目が出るので，全部の事象つまり全事象は６通り。

そこで確率とは・・・

Ａという事象が起こる確率は $\dfrac{\text{Ａの起こる場合の数}}{\text{全事象の場合の数}}$ と定義されます。

問題１

サイコロ１個を投げて奇数の目が出る確率を求めなさい。

【考え方】

全事象が６通り。

そのうち奇数の目は １，３，５の３通り。

求める奇数の目の出る確率は

$$\frac{\text{奇数の目が出る場合の数}}{\text{全事象の場合の数}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

となります。

問題２

１個のサイコロを１回投げたときに素数の目が出る確率を求めなさい。

【考え方】

全事象が６通り。

１～６の中で素数は ２，３，５の３通り。

求める素数の目の出る確率は

$$\frac{\text{素数の目が出る場合の数}}{\text{全事象の場合の数}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

となります。

問題３

２個のサイコロを同時に投げて，出る目の和が素数になる確率を求めなさい。

【考え方】

和を表にして可視化するとわかりやすくなります！

２個のサイコロをＡ，Ｂとします。

A＼B	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

この中で和が素数になるのは以下の赤い字のところです。

A＼B	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

全事象は ６×６＝３６（通り）

そのうち，上の表から和が素数になるのは１５通り。

求める目の和が素数の目になる確率は

$$\frac{\text{目の和が素数になる場合の数}}{\text{全事象の場合の数}} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

となります。

問題４

箱の中に１から８までのカードが１枚ずつ全部で８枚入っています。
この中から，無作為に２枚を同時に取るとき，２枚の積が偶数になる
確率を求めなさい。

【考え方】
２枚のカードの数を x と y とします。
$x \times y$＝偶数
となるには，x と y の少なくとも一方が偶数です。
なぜなら，偶数と奇数のかけ算は以下の通りになります。
（偶数）×（偶数）＝（偶数）・・・①
（偶数）×（奇数）＝（偶数）・・・②
（奇数）×（奇数）＝（奇数）・・・③

ここで発想の転換です！
①と②と③の合計の確率は１００%，つまり１。
全事象の確率は１です。

全事象から（奇数）×（奇数）＝（奇数）の③以外を考えれば，
①と②の合計の確率，つまり２枚の積が偶数になる確率を求めることができます。
そこで表を作りましょう。２つの数の積が奇数になるのは（奇数）×（奇数）の場所です。

	1	2	3	4	5	6	7	8
1			○		○		○	
2								
3	○				○		○	
4								
5	○		○				○	
6								
7	○		○		○			
8								

上の表で注意することは，２枚とるときに同じカードを取ることができないので，
赤い斜線の場所は起こり得ません。

全事象は $8 \times 8 - 8 = 56$（通り）

（赤い線の場合の数を除くのを忘れないようにしましょう！）

そのうち，２枚の積が奇数になる（奇数）×（奇数）の場合の数は，表の○印の 12 通りです。

よって，２枚の積が奇数になる確率は

$$\frac{\text{２枚の積が奇数になる場合の数}}{\text{全事象の場合の数}} = \frac{12}{56} = \frac{3}{14}$$

ですから，

求める２枚の積が偶数になる確率は

$$1 - \frac{3}{14} = \frac{11}{14}$$

となります。