

円に関すること

講師
湯浅 弘一

身近にあることは？

円は身近にたくさんあります。例えば、マンホールです。

さて、マンホールの蓋はなぜ丸いのでしょうか？

理由は、円周上の2点を結ぶ線分で一番長い線分が直径だから。

つまり、マンホールの蓋はどのように動かしても落ちることがないんです！

確認しましょう(1)

円とは、数学的に書くと“固定した1点(定点)から等距離にある点の集合”です。

このとき、固定した1点が円の中心、点の集合が円周です。

ここで大切なことは、中心から円周上の点までの距離がいつも同じ(一定)であるということです。

この中心から円周上の点を結ぶ線分が半径。さらに、円周の一部を“弧”といいます。

確認しましょう(2)

円周角の定理

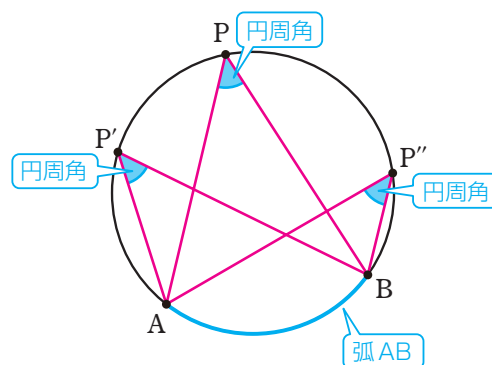
弧 AB に対して、 $\angle APB$, $\angle AP'B$, $\angle AP''B$ を

すべて弧 AB の円周角といい、

$$\angle APB = \angle AP'B = \angle AP''B$$

が常に成り立ちます。

つまり同じ弧の円周角の大きさは等しいのです。



さらに、

中心角は円周角の2倍の大きさになります。

つまり、円周角の大きさは中心角の半分です。

$$\angle APB = \angle AOB \div 2$$

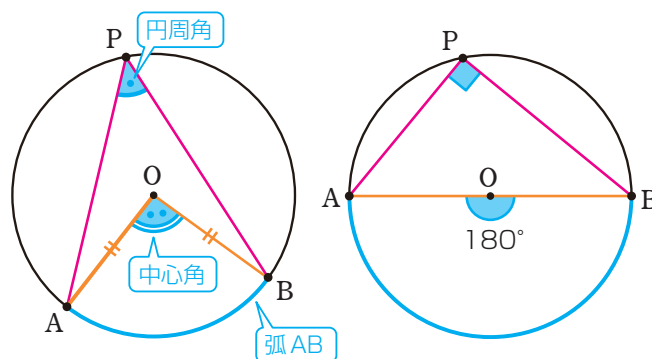
つまり、 $\angle AOB = \angle APB \times 2$ となります。

中心角が 180° のときは、

A, O, B が1直線上に並びます。

つまり、AB は直径です。

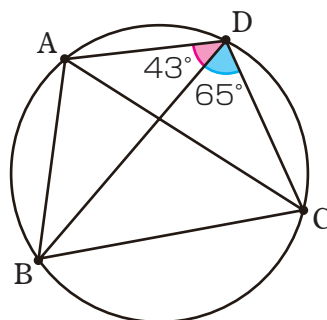
このとき、円周角は 180° の半分なので 90° です。



このページ掲載の文章・画像の無断転載及び商用利用を固く禁じます。

問題 1

右の図のように 4 点 A, B, C, D が同一円周上にあり, $\angle BDA=43^\circ$, $\angle BDC=65^\circ$ であるとき, $\angle BAC$ と $\angle BCA$ の大きさを求めなさい。



【考え方】

同一の弧 BC に対する円周角は等しいので,

$$\angle BAC = \angle BDC = 65^\circ$$

同一の弧 AB に対する円周角は等しいので,

$$\angle BCA = \angle BDA = 43^\circ$$

確認しましょう (3)

内接四角形の定理

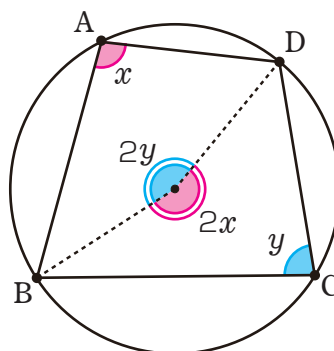
円に内接する四角形において, 向かい合う角度の和は 180° です。

$$2x + 2y = 360^\circ$$

両辺を 2 で割って

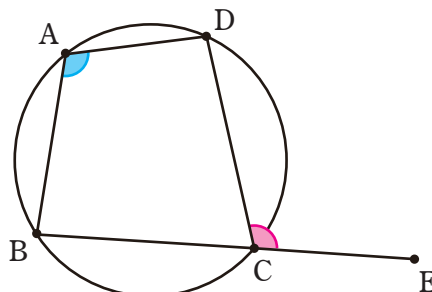
$$x + y = 180^\circ$$

つまり, $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ となります。



問題 2

右の図のように 4 点 A, B, C, D が同一円周上にあり, 点 E は辺 BC の延長上にあるとき, $\angle BAD = \angle ECD$ であることを示しなさい。



【考え方】

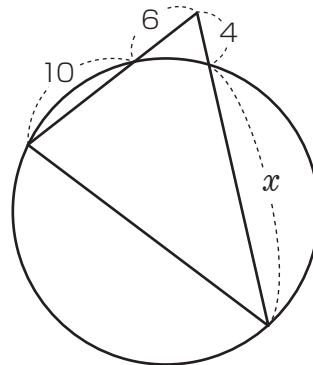
内接四角形の性質から $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ \dots \text{①}$

$$\angle BCD + \angle ECD = 180^\circ \dots \text{②}$$

① - ②から, $\angle BAD + \angle ECD = 0^\circ$ となるので, $\angle BAD = \angle ECD$ が示された。

問題3

右の図形の x はいくつですか？



【考え方】

四角形 BCDE は円に内接する四角形なので

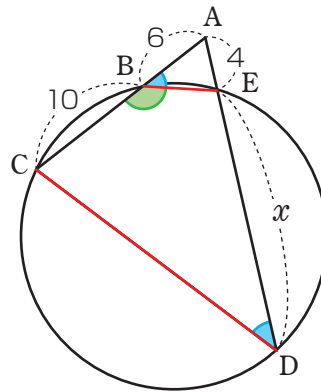
$$\angle CBE + \angle CDE = 180^\circ \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle CBE + \angle ABE = 180^\circ \cdots \textcircled{2}$$

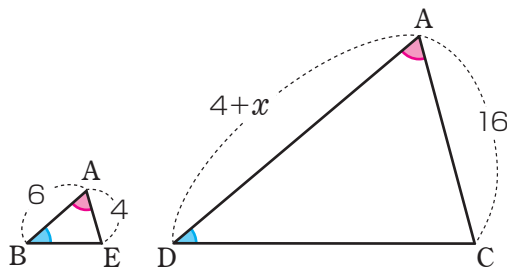
① - ②から,

$$\angle CDE = \angle ABE = x^\circ \text{ となるので,}$$

$$\angle CDE = \angle ABE \cdots \textcircled{3}$$



よって



$\triangle ABE \sim \triangle ADC$ (二組の角度が等しい) ので,

$$6 : 4 = (4 + x) : 16$$

これを解くと

$$4(4 + x) = 6 \times 16$$

$$4 + x = 24$$

$$x = 20$$

と求められます！