

2次方程式の利用

講師

湯浅 弘一



身近にあることは？

2次方程式は、日常生活の中にも見つけることができます。

例えば、価格と売り上げ個数の関係。

安くしたらたくさん売れて、高くしたら売れ行きが悪くなるのが当然です。

では、価格をいくらにすると売り上げを最大にできるでしょうか？

これは、高校数学Iで学習する“2次関数”を使って求めることができます。

そのためには、2次方程式を解くことが必要です！



確認しましょう(1)

これまで、たすきがけや乗法公式や解の公式を使う因数分解を学習してきました。

ここで、ちょっと便利な因数分解のやり方を学びましょう！

$$x^2 + (\text{和})x + (\text{積}) = 0$$

です。

ここで (和) は2つの数。(積) は2つの数のかけ算を表します。

まず、イメージしてください・・・

例えば、足して3、かけて2となる2つの数はなんでしょうか？

そう、1と2ですね。

ではもう1つ、足して-3、かけて2となる数はなんでしょうか？

それは-1と-2です。

気付きましたか？

それでは、これを2次方程式にあてはめてみましょう！

問題1

x の2次方程式 $x^2 + 3x + 2 = 0$ を解きなさい。

【考え方】

$x^2 + 3x + 2 = 0$ を

$x^2 + (\text{和})x + (\text{積}) = 0$ に対応させてみましょう。

足して3、かけて2となる2つの数を考えます。

先ほど求めたように、この2つの数は1と2でしたね。

ですから、

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

は

$$x^2 + (1+2)x + (1 \times 2) = 0$$

と考えて

$$(x+1)(x+2) = 0$$

と因数分解できるので、

$$x+1=0 \text{ または } x+2=0$$

つまり、 $x = -1$ または $x = -2$ が答えです。

 確認しましょう(2)

何を求めるのか？その求めたい数値を x とします。あとは、文章の順番にしたがって式を作ります。式を作ることを“式を立てる”または“方程式を立てる”と言います。

問題2

ある正の数とその数の平方の和が12となる。この数を求めよ。

【考え方】

ある数を x とします。

“平方”とは2乗のことなので、

“ある数とその数の平方の和”とは、 $x + x^2$ のこと。

この値が12ですから、 $x + x^2 = 12$ です。

この12を左辺に移項して、整理すると $x^2 + x - 12 = 0$

この2次方程式は因数分解できます。

$x^2 + 1x - 12 = 0$ を

$x^2 + (\text{和})x + (\text{積}) = 0$ に対応させましょう。

足して1, かけて-12となる2つの数を考えます。

かけて-12となる数はいろいろあります。

例えば・・・

$$1 \times (-12)$$

$$2 \times (-6)$$

$$3 \times (-4)$$

$$4 \times (-3)$$

$$6 \times (-2)$$

$$12 \times (-1)$$

$$(-1) \times 12$$

$$(-2) \times 6$$

$$(-3) \times 4$$

$$(-4) \times 3$$

$$(-6) \times 2$$

$$(-12) \times 1$$

この中で2つの数の和が1となるのは, 4 と -3 です。

したがって・・・

$$x^2 + x - 12 = 0$$

は

$$(x+4)(x-3) = 0$$

と因数分解できるので,

$$x+4=0 \text{ または } x-3=0$$

つまり, $x=-4$ または $x=3$

そのうち, “ある正の数” が求める数なので, 3が答えです。

問題3

300円で売ると150個売れる商品がある。
10円値下げすると売れる個数は6個増加する。
このとき売上が39960円になるには何円で売ればよいか。
ただし売値は300円以下とする。

【考え方】

300円で売ると150個売れるので、
このときの売上は $300 \times 150 = 45000$ (円) です。
10円値下げすると売れる個数は6個増加することから、
 $10x$ (円) 値下げすると、売れる個数が $6x$ (個) 増えます。

求めたいのは、売上が39960円になるときですから、

$$(300 - 10x)(150 + 6x) = 39960$$

これを計算してみましょう。

$$45000 + 1800x - 1500x - 60x^2 = 39960$$

$$60x^2 - 300x - 5040 = 0$$

$$x^2 - 5x - 84 = 0$$

$$(x + 7)(x - 12) = 0$$

と因数分解できるので、

$$x + 7 = 0 \text{ または } x - 12 = 0$$

つまり、 $x = -7$ または $x = 12$

売値は300円以下ですから、

$x = -7$ のときは値下げ額がマイナス、つまり値上げとなり、売値が300円を超えてしまいます。

$x = 12$ のとき、値下げ額は $10 \times 12 = 120$ (円) となるので、

売値は $300 - 120 = 180$ (円)。これが答えです。

2次方程式も最後になりました。最後はこんな問題にチャレンジしてみましょう☆

問題4

x の2次方程式 $(x - a)(x - 1) = 0$ の異なる解の個数を求めなさい。

【考え方】

2次方程式の解の個数ですから、思わず2個と答えたくなるかもしれませんが。

しかし、少し考えてみましょう。

$(x - a)(x - 1) = 0$ の解は $x = a$ または $x = 1$ の2個でしょうか？

イメージしてください。

もし、 $a = 1$ だとしたら？

解が $x = a = 1$ の1種類しかないのです。

というわけで、答えは以下ようになります。

$a = 1$ のときは、1個

$a \neq 1$ のときは、2個