

関数の増加・減少(2)

講師
渡部 儀隆

～ 増減表 ～

学習のポイント

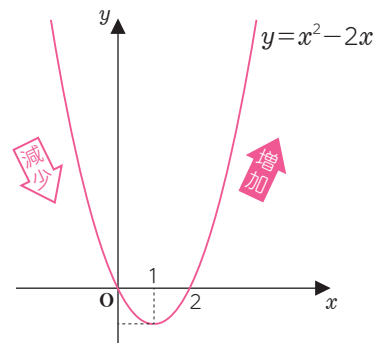
- ① 2次関数の増減
- ② 増減表
- ③ 3次関数の増減

2次関数や3次関数の増減を調べよう。

1 2次関数の増減

例 関数 $f(x) = x^2 - 2x$ の増減を調べてみよう。

解答 $f(x) = x^2 - 2x$ を微分すると
 $f'(x) = 2x - 2 = 2(x - 1)$
 接線の傾きが0のときの x の値を求めろ。
 つまり
 $f'(x) = 0$ となる x の値は、
 $2(x - 1) = 0$ を解いて $x = 1$



また、
 $x < 1$ のとき $f'(x)$ に x が1より小さい値として、例えば0を代入すると-2となるので
 $f'(x) < 0$
 $x > 1$ のとき $f'(x)$ に x が1より大きい値として、例えば2を代入すると2となるので
 $f'(x) > 0$ です。
 よって、関数 $f(x) = x^2 - 2x$ は、 $x < 1$ で減少し、 $x > 1$ で増加する。

2 増減表

関数 $f(x) = x^2 - 2x$ の増減を表にすると、次のようになります。

x	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	-1	↗

↑ $f(1) = 1^2 - 2 \times 1 = -1$

増減の調べ方

$f'(x)$ を求め、 $f'(x) = 0$ となる x の値を求めます。

そして、増減表をつくります。

このとき関数 $f(x)$ は、 $f'(x) > 0$ の範囲で増加し、 $f'(x) < 0$ の範囲で減少します。

3 3次関数の増減

例 関数 $f(x) = x^3 - 3x$ の増減を調べなさい。

解答 まず導関数を求めます。

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

さらに因数分解して $f'(x) = 3(x+1)(x-1)$

$f'(x) = 0$ の解は、 $3(x+1)(x-1) = 0$ を解いて

$$x = -1, 1$$

-1と1に注目すると、

$f(x)$ の増減表は、次のようになります。

x	※1 ...	-1	※2 ...	1	※3 ...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	2	↘	-2	↗

↑ $f(-1) = (-1)^3 - 3 \times (-1) = 2$ ↑ $f(1) = 1^3 - 3 \times 1 = -2$

よって $x < -1$, $1 < x$ で増加し、

$-1 < x < 1$ で減少する。

